

新小学校学習指導要領の授業

算数科指導法

今崎 浩

2017 年

広島文教女子大学

はじめに

本書は、小学校教員として算数科の指導を行う際に必要となる基礎的な知識・技能を身に付けるとともに、それらを活かす実践力を育成することを目的として作成したものである。

主な内容は、次のとおりである。

- 1 算数教育の目的及び歴史的背景
- 2 算数科の目標及び内容
- 3 算数科における「主体的・対話的で深い学び」と、その評価
- 4 各領域（「数と計算」、「図形」、「測定」、「変化と関係」、「データの活用」）の指導内容及び指導方法
- 5 算数科の実践（教材研究、学習指導案の作成、模擬授業の実施）算数科における指導方法、学習指導案の作成

なお、上記の内容は平成 29 年に改訂された小学校学習指導要領の趣旨及び内容を踏まえたものである。

今崎 浩

目次

	頁
はじめに	
第 1 章 算数教育の目的	1
第 2 章 算数教育とその目標の変遷	6
第 3 章 算数科の目標及び内容	2 3
第 4 章 これからの算数科の授業づくり	4 3
第 5 章 算数科における学習評価	6 2
第 6 章 「数と計算」の指導	7 7
第 7 章 「図形」の指導	1 1 2
第 8 章 「測定」の指導	1 3 8
第 9 章 「変化と関係」の指導	1 5 4
第 10 章 「データの活用」の指導	1 6 9
第 11 章 単元計画・学習指導案の作成	2 1 2

第1章

算数教育の目的

§ 1 算数教育の目的を考える意義

平成 28 年 12 月に、中央教育審議会が取りまとめた「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」において、平成 20 年告示の学習指導要領に基づいた学習指導について、国内外の学力調査の結果が全体として改善傾向にあるといった成果を挙げる一方で、学習指導の目的が『何を知っているか』にとどまりがちであり、知っていることを活用して『何ができるようになるか』にまで発展していないのではないか」という課題を述べている。

さらに、学習指導にあたっては、「この教科を学ぶことで何が身に付くのか」という教科を学ぶ本質的な意義を明らかにしていくことが重要であると述べている。

実際、小学校の教室において、算数を学習することに意義を見いだすことができない児童が「先生、なぜ算数の学習をするのですか。」という質問を教師に投げかけるかもしれない。こうした質問を受けた教師は、それに対する答えを用意しておくことは必要であろう。しかし、算数教育の目標を考える意義は、こうした質問に答えることだけにあるのではない。「何のために算数を教えるのか」という算数教育の目的を明確にしておくことによって、教師自らが日々の算数の指導を振り返り、より充実した算数教育の実現に主体的にかかわることができるようになるからであり、こうした振り返りが教師にとって必要不可欠であるからである。

§ 2 算数教育の目的

教育の目的は、一般的には次の 3 つの視座から考えられる。

(1) 実用目的

日常生活や職業などに必要・有効な知識・技能等の獲得に関わる目的

(2) 陶冶目的

人間形成、人格の陶冶、価値観・態度・能力の育成などに関わる目的

(3) 文化的目的

人類が築いてきた文化を継承したり，発展させたりすることに関わる目的

こうした視座に基づいて，算数教育の目的について述べてみる。

2.1 実目的

実目的とは，日常生活や学習，入学試験，職業等のために，算数で学習した内容が有用性をもつということである。

算数を全く知らなければ日常生活に支障をきたすことについては異論のないところであろう。例えば，数を読んだり，計算をしたりすることができなければ，買い物に行っても，何円の物を何個買ったか，いくら払えばよいのか分からない。また，150 g が 750 円の牛肉と 250g が 1000 円の牛肉では，どちらが安いかと判断する時には，単位量当たりの考えが使われ，4 人分の分量が書かれた料理のテキストを参考にして 5 人分の分量を考える時には，比例の考えが使われる。電車に乗る際に，時刻が読めなければ，いつ出発したらよいのか，いつ頃到着するのかも分からない。このように，算数は日常生活の様々な場面で使われている。これが算数の日常生活における有用性である。

こうした日常生活における算数の利用は，いずれも算数の内容の直接的な利用といえるが，日常生活における算数の利用は，こうした直接的な利用だけとは限らない。算数の内容がもつ性質やアイデアを日常生活に利用する場合もある。例えば，児童が運動場にドッジボールのコートをかく際に，長方形をかいた後に横の長さを歩幅で測って，センターラインを決めているのは，測定のアイデアを使っているといえる。

このように，算数には，その内容だけでなく，それが持っている性質やアイデアも含めて，日常生活に利用される場合は多い。

さらに，学習における算数の利用も多い。筆算の乗法や除法に加法や減法，乗法九九を用いるといった算数の学習のなかでの利用はいくまでもないが，社会科，理科，家庭科において表やグラフを読み取ったり，図画工作科において図形の性質を利用して作品を作ったり，体育科において，時間や長さを測ったり，学級や学校の傾向を調べたりするなど，算数科以外の教科においても，算数を利用している場合が多くみられる。

2.2 陶冶的目的

陶冶とは人間が本来もつべき、且つもつことが望ましい能力や態度を引き出し、伸ばすことであり、算数教育もその一翼を担っている。したがって、陶冶的目的は、人間形成的目的といってもよいであろう。

具体的には、数学的な考え方を育んだり、真理を追究しようとする態度や、合理的に判断しようとしたりする態度を養ったりする等のことが挙げられる。

陶冶は、人間の心的諸能力の錬磨に関する側面と、客観的価値の習得に関する側面に分けられ、前者を形式陶冶、後者を実質陶冶と呼ぶ。

2000 年前にギリシャのアカデメイアでは、数学は不可欠な教材として教授され、形式陶冶の立場に立って教授されていたものと思われる。この立場に学問的根拠を与えようとしたのが、18 世紀に始まる能力心理学である。能力心理学は、特定の教材ないし場面で、思考力や観察力を訓練すれば、別の教材の学習や事象の観察にも、その効果は転移すると主張した。例えば、正確な推理力や正しい判断力は、算数・数学を学習することによって発達し、日常の場面にも転移すると考えられていたのである。

こうした主張を全面的に否定したのが、ヘルバルト(Herbart, J. F)であった。一方、デューイ(Dewey, j.)は能力心理学に基づく形式陶冶説、つまり、算数を学習すれば自動的に推理力が錬磨され、それが無条件に転移するという形式陶冶説の無条件的信仰は否定したものの、転移それ自体を否定する立場ではなかった。

今日では、様々な条件のもとに、陶冶された能力が転移するというのが定説になっているといわれるが、その具体的な条件については未だに明確にされていない。

算数を学習すれば、数学的な考え方が自然に身に付き、無条件に転移するというわけではない。陶冶と転移は、どのような内容をどのように指導するかに依存しており、陶冶しようとする数学的な考え方を明確にし、そのための適切な教材を選択し、転移を促進するような指導方法がとられて初めて陶冶と転移が可能となる。

2.3 文化的目的

文化的目的とは、算数が文学や美術等の芸術と同様に、人間が創りあ

げた文化の1つであると捉え、児童は算数を文化遺産として継承するだけでなく、再発見・再発明を通して算数をつくり洗練するという文化創造に参加する権利をもっており、それを保証するというものである。

具体的には、算数をつくりだしてきた先人の知恵や営みに触れさせたり、算数の美しさや素晴らしさを味わわせたりすること等のことが挙げられる。

しかし、文化的目的について、狭間(2008)は「数学教育の目的として最も意識されにくいのが文化的価値の側面であろう。人間の営みとして数学がどのように生まれ、文化をつくり、その発展に貢献してきたのか、数学教育において、文化的遺産を継承し、発展させるとはどういうことなのか、こういった文化的価値にこれまであまり注意が向けられなかったことは事実であろう」と問題点を指摘している。

文化的遺産は、人間の知的好奇心を刺激し、それを享受したいという欲求を喚起するものであろう。例えば、みなさんは、魔方陣やタングラムなどのパズルに熱中したことはないだろうか。和算の解法になるほどと思ったことはないだろうか。児童はこうした文化的遺産に対する知的好奇心を潜在的にもっているとともに、文化としての算数を享受する権利をもっている。したがって、教師は児童がもっている算数に対する潜在的な知的好奇心を引き出し、彼らに算数の美しさや素晴らしさを体験させる義務を負っている。

この義務を果たすためには、まずは、教師自らが算数の美しさや素晴らしさを実感する必要があるであろう。それを踏まえ、適切な教材を選択し、指導方法を工夫していく必要がある。そうすることによって、文化としての算数を子どもに体験させることができるであろうし、文化創造の担い手として成長させることができるであろう。

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・長崎栄三・滝井章(2007),「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」,東洋館出版.

- ・ 中原忠男編(2000), 「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」, 明治図書.
- ・ 中原忠男(1995), 「何のための算数・数学教育かー算数・数学教育の目的ー」, 日本数学教育学会誌No. 77(6・7), pp. 104-107.

第2章

算数教育とその目標の変遷

§ 1 戦前の算数教育とその目標

1.1 明治以前の算数教育

我が国は、明治になって西欧諸国の文化・学問を積極的に輸入した。西洋数学も、この時期に輸入され学校教育において採用された。この明治以後に輸入された西洋数学を「洋算」といい、明治以前に我が国において発展してきた数学を「和算」という。

和算は中国の数学を基礎として発展してきたものである。江戸時代には多くの和算書が出版されたが、特に、吉田光由の『塵劫記』(1627)は和算を広める上で、大きな役割を果たした。当時、貨幣経済が発達し、物の売買に伴ってお金を払う人は誰でも計算を求められるようになったことから、この書物は、基本的には計算の力を高めることを目的として書かれたものであるが、その内容には日常生活に必要な諸計算、技術的な題材、さらに数学遊戯的な問題が取り入れられ、寺子屋や塾においてテキストとして一般的に利用された。

- 5 江戸時代の数学書「^{じんこうき}塵劫記」には、日常生活で役立つ様々な計算が紹介されています。下の図は、木の高さの求め方を紹介した部分です。



寛永4年(1627年)刊行の塵劫記より

翔太^{しょうた}さんは、この内容に興味をもち、木の高さの求め方を、次のようにまとめました。

『塵劫記』を扱った全国学力・学習状況調査の数学B問題(文部科学省, 2012)

和算における計算用具は算木とそろばんが代表的なものであるが、17世紀末には、関孝和が従来^{しゅうわ}の算木を用いる器械的代数にかわって、筆算

式の代数である点竄術（てんざんじゅつ）を発明し、和算の計算を飛躍的に発展させた。

和算の発展に大きな影響を与えたものとして、和算の問題や解を書いた額面（算額）を神社仏閣に奉納した「算額奉掲」がある。算額は当時の和算家の研究心を大いに刺激したといわれている。

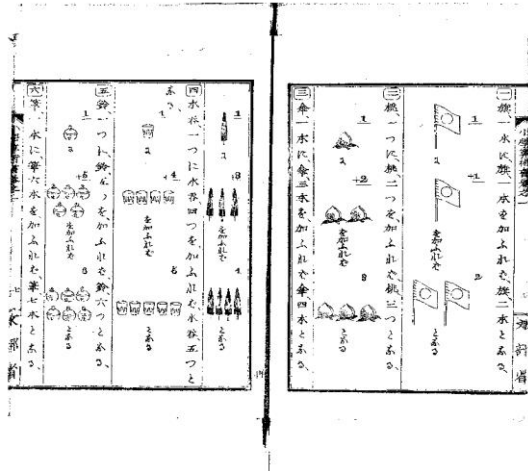


算額（日本数学検定協会, 2017）

1.2 明治初期・中期の算数教育

我が国の近代的な学校制度は、明治5年(1872年)の学制の公布に始まる。その際、算数（算術）教育として、西洋数学（洋算）が採用された。これは、開国という社会の大きな変化のなかで、西洋文化の輸入という時代的な流れに呼応したものであった。その後、明治12年の学制にかわる教育令の公布、明治19年の小学校令の公布、明治23年の小学校令の改正がなされ、近代国家としての日本の教育制度が整えられていった。

当時の代表的な算数の教科書は『小学算術書』（明治6年、初版は文部省編纂）である。この教科書は、当時アメリカで広まっていたペスタロッチ（Pestalozzi, J.H.）の方法に基づいた実物教授の影響を強く受けたものであった。こうして、我が国の算数教育は世界の最先端をいく教育方法の受容から出発したのである。



『小学算術書 巻1』（師範学校編, 明治6年）

1.3 明治後期の算数教育

明治33年に小学校令が改正され、同年に制定された小学校令施行規則には、各教科の教授要旨が示され、教科ごとにその目標が定められた。そのなかで、算術科の教授要旨は次のように定められた。

算術ハ日常ノ計算ニ習熟セシメ、生活上必須ナル知識ヲ与エ、兼ネテ思考ヲ精確ナラシムルヲ以テ要旨トス。

この教授要旨に基づいて、明治38年から尋常小学校で使われた算術の国定算術教科書が黒表紙教科書である。正式名称は『尋常小学算術書』であるが、この教科書は表紙が黒いため、一般に「黒表紙教科書」と呼ばれている。

その内容は、各学年とも大きく分けると、計算練習と応用問題とから編纂されている。

また、この教科書のもう一つの特徴は、暗記先行という点である。第2学年までは100以下の数の範囲で、四則計算はすべて暗算で行わせ、第3学年から筆算が指導されている。この教科書では、暗算は、記号を

用いず思考に訴えて計算を行う方法とされ、「思考力を錬磨する」ことが意義とされた。

この教科書は、その何度かの改訂が行われたが、基本的な編集方針は変わることはなかった。



黒表紙教科書第3学年（阿知波小三郎、明治38年）

1.4 大正・昭和初期の算数教育

19世紀末から20世紀にかけて欧米で展開された新教育運動、20世紀初頭に始まり、世界的に広がった数学教育改良運動の教育思想、及びソーンダイクに代表される心理学の発達が我が国に影響を及ぼし始めたのは大正から昭和初期にかけてである。こうした影響のもと、算術教育運動が展開された。そこでは、実用を重視し時代の進展に応じるための算術教育改善の主張や、児童の生活を土台として、そこに直観的・実験的、帰納的に数学的知識を構成し一般化する児童数学の建設の主張等が議論されるようになった。こうした議論をきっかけとして、黒表紙教科書に対する批判が高まり、教科書を抜本的に改訂しなければならなくなった。

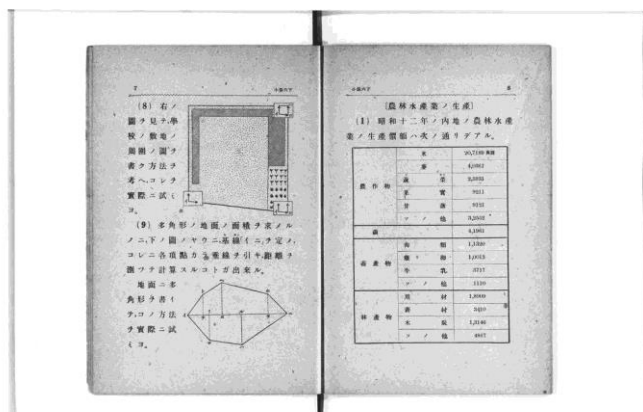
そこで、塩野直道が中心となって5年あまりの調査研究を行い、全面的に改訂されたのが緑表紙教科書である。正式名称は『尋常小学算術』

であるが、この教科書の表紙が緑色であったため、一般に「緑表紙教科書」と呼ばれている。

緑表紙教科書は、教科書の外見にとどまらず、従来の黒表紙教科書とは本質的に異なっている。この教科書の編集方針は「児童の数理思想を開発し、日常生活を数理的に正しくするように指導することに主意を置く」とされ、従来の編集方針と一線を画している。

ここでいう数理思想とは、教科書編集の責任者であった塩野直道によれば「数理を愛し、数理を追究把握して喜びを感じる心を基調とし、事象を数理的に考察し、数理的な行動をしようとする精神態度」と表現される。

こうした数理思想を開発するという目的から、教科書は多種多様な教材が採用されている。数・量・空間に関する事象を学習対象として、数理思想の開発に価値があると認められるものはすべて教育内容となるという考え方で編纂されている。



緑表紙教科書第6学年下（文部省,1940）

1.5 戦時下の算数教育

昭和16年、国民学校令、国民学校令施行規則が公布され、小学校は国民学校と改められた。国民学校初等科の教科は、国民科、理数科、体錬科、芸能科の4つの教科に再編され、明治以来の算術という教科名は、算数と名称が改められ、理科とともに理数科に統合された。これ以

降、算数という名称が用いられている。

国民学校施行規則では、理数科算数の目的を次のように定めている。

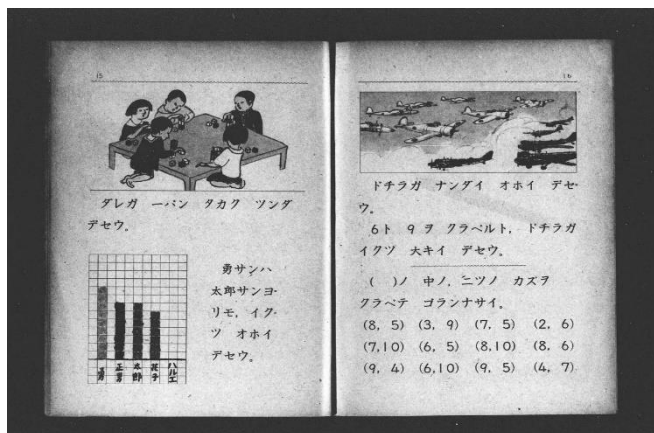
理数科算数ハ数・量・形ニ関シ国民生活ニ須要ナル普通ノ知識技能ヲ得シメ数理的处理ニ習熟セシメ数理思想ヲ涵養スルモノトス。

このことから、理数科算数の目的は緑表紙教科書の理念を継承しているものと捉えることができる。この規程に基づいて、編纂されたのが、『カズノホン』（第1・2学年用）、『初等科算数』（第3・4・5・6学年用）、『高等科算数』（国民学校高等科用）の国定教科書である。この教科書の表紙が青色であったため、「青表紙教科書」と呼ばれている。

青表紙教科書は、体裁や、その内容から、緑表紙教科書を模範としていることがうかがわれるが、扱われている教材に戦時的色彩が濃い点の特徴の一つといえる。挿絵に戦車や戦闘機が登場し、兵隊ごっこなどが題材として取り上げられており、当時の思想が算数にも表われている。

また、指導内容の特徴でいうと、図形指導の充実である。ユークリッド幾何的な図形の見方だけでなく、図形を動的に変化するものとしてみる見方を重視した図形指導となっている。

さらに、『初等科算数』には、力の合成を扱った題材など理科学的な内容があり、理数科の一つとしての算数という特徴がみられる。



青表紙教科書第2学年（文部省昭和16年）

§ 2 戦後の算数教育とその目標

教育は、その時代や社会の要請に深く依拠した営みであり、教育の目的・目標はその時代や社会の要請に対応したものでなければならない。また、教育は次代を担う子供達を対象にしているから、近未来の社会や時代に求められるニーズに鋭敏でなくてはならない。算数教育も、各々の時代に見合った目的・目標や指導内容を絶えず検討する必要がある。

第二次世界大戦後、我が国はアメリカを中心とする連合国軍総司令部（GHQ）の占領管理下に置かれ、教育の面でも大きな改革が行われた。昭和22年には教育基本法、学校教育法が公布され、6・3・3・4制の新しい教育制度が成立した。

昭和22年には、『学習指導要領算数科・数学科編（試案）』が文部省から発行された。この学習指導要領は、アメリカのコース・オブ・スタディ（Course of Study）を模範としたものである。その後、算数教育の目標は、小学校算数科学習指導要領（以下、「学習指導要領」と呼ぶ。）によって提示されてきており、約10年ごとに改訂されている。この定期的な改訂は、その間の社会の変化や子供の実態の変化に対応するための措置である。

2.1 生活単元学習の時代 昭和26年(1951)年版学習指導要領

戦後初の学習指導要領、『学習指導要領算数科・数学科編（試案）』は改訂が重ねられ、昭和26年(1951)版『小学校学習指導要領算数科編（試案）』では、算数科の一般目標として次のことが挙げられている。

- (1) 算数を、学校内外の社会生活において、有効に用いるのに役だつ、豊かな経験を持たせるとともに、物事を、数量関係から見て、考察処理する能力を伸ばし、算数を用いて、めいめいの思考や行為を改善し続けてやまない傾向を伸ばす。
- (2) 数学的な内容についての理解を伸ばし、これを用いて数量関係を考察または処理する能力を伸ばすとともに、さらに、数量関係をいっそう手ぎわよく処理しようとして、くふうする傾向を伸ばす。

これらの目標から分かるように、算数の学習と生活との関連を強調し、生活に算数を活用する能力や態度の育成をねらいとしている。このねらいは、当時の「生活単元学習」を特徴づけるものである。戦後復興の時代の要請を反映したこの目標は、実目的を中核としたものであり、なかでも日常生活の向上を強調したものである。

この学習指導要領で示された指導内容は、それまでの学年配当を大幅に変更し、その数学的水準は1～2年低下したともいわれている。例えば、かけ算九九は、小学校第2学年から第3学年に移行された。

当時の学習について、植田(2010)は「児童の生きた生活問題を巡って展開される学習は、児童の興味や関心、自主性や積極性、計画性を育む上では有効であったと言えるが、こうした単元の問題解決に必要とされる算数的内容は、断片的で系統性がなく、基礎的な練習もおろそかにされた。その学習効率の悪さから『這いまわる学習』という汚名が与えられ、学力低下への批判が高まった。教科ごとの生活単元学習も試みられたが、取り上げられる生活場面の優位性が、算数の知識技能の組織的習得を困難にした」と述べている。

また、植田(2010)の「算数の『学力』とは何かについての徹底的な議論が十分なされなかったところに問題が残る」という指摘は、我々が、これからの算数教育を考える上で忘れてはならないことであるといえよう。

2.2 系統学習の時代 昭和33年(1958)版学習指導要領

児童の生活を中心とした生活単元学習に対する批判、基礎学力の充実への社会的要請が高まり、学習指導要領は昭和33(1958)年に改訂された。この学習指導要領では、発展的・系統的に指導することが強調されたため、一般に「系統学習」の学習指導要領と呼ばれている。なお、この学習指導要領は、それまでのように「試案」ではなく、「告示」とされ、学習指導要領が法的拘束力を持つようになった。

昭和33年(1958)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 2 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り目的に応じ、それらが的確かつ能率的に用いられるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、具体的なことがらや関係を、用語や記号を用いて、簡潔・明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
- 4 数量的なことがらや関係について、適切な見通しを立てたり筋道を立てて考えたりする能力を伸ばし、ものごとをいっそう自主的、合理的に処理することができるようにする。
- 5 数学的な考え方や処理のしかたを、進んで日常生活に生かす態度を伸ばす。

これらの目標には、大きく2つの特徴がみられる。

- (1) 数学の系統性に基づく基礎的な知識や技能の習得・習熟，基礎的な知識や技能の的確かつ能率的な活用に重点を置いている。
- (2) 数学的な考え方や処理の仕方の日常生活への活用を意識している。

(2)について、「数学的な考え方や処理の仕方」は、これまでになく表現であり、注目すべきことであるが、当時は、その意味や内容にはあまり注目されていなかったといわれている。

この学習指導要領で示された指導内容は、大幅に増加し、ほぼ戦前の水準に戻された。

2.3 数学教育の現代化の時代 昭和43(1968)年版学習指導要領

1957年にソ連の人工衛星スプートニク1号の打ち上げ成功をきっかけとして、世界各国で急速に進展していった数学教育の改革運動を現代化運動という。

現代化運動のねらいについて、中原(2000)は次のようにまとめている。

- (1) 現代数学の諸概念やその考え—集合の考え，関数の考え，構造の考え等—を基底として，一貫性のある算数・数学教育とする。

(2) 数学的な考え方を重視する。

(3) 児童・生徒が見出し、つくりだしていくような算数・数学教育とする。

このような世界的な数学教育の現代化運動の動きのなかで、我が国においても、調査研究が行われ、教育課程審議会は、答申のなかで算数科の目標について、数学的な考え方が一層育成されるようにすること、内容について、集合、関係、確率などの新しい概念を導入することなどの基本方針を述べている。

こうした基本方針に基づいて、学習指導要領は昭和 43(1968)年に改訂された。

昭和 43(1968)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、統合的、発展的に考察し、処理する能力と態度を育てる。

このため、

- 1 数量や図形に関する基礎的な概念や原理を理解させ、より進んだ数学的な考え方や処理のしかたを生み出すことができるようにする。
- 2 数量や図形に関する基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図り、それらが的確かつ能率よく用いられるようにする。
- 3 数学的な用語や記号を用いることの意義について理解させ、それらを用いて、簡潔、明確に表わしたり考えたりすることができるようにする。
- 4 事象の考察に際して、数量的な観点から、適切な見通しをもち、筋道を立てて考えるとともに、目的に照して結果を検討し処理することができるようにする。

この目標は、はじめに示された総括的目標と、それを達成するための具体的な目標から成っている。特徴としては、昭和 33 年の改訂において、あまり注目されていなかった「数学的な考え方」の育成が目標の中心となったことである。

当時の学習について、算数科の内容はほぼそのまま残し、新しい内容

を付加するような形で導入したため、「日本においては、算数・数学の消化不良の子どもたちが増加したりした」（中原, 2000）ことが批判の対象となり、やがて内容の精選，基礎・基本の重視が提唱されるようになっていく。

2.4 基礎・基本の時代 昭和 52(1977)年版学習指導要領

現代化は、結果として児童や教師に負担を強いることとなり、「落ちこぼれ」を生む原因とされた。また、学歴社会が生み出す過度の受験戦争が引き起こす学習負担の増大や人間疎外という社会問題に対応することが求められるようになった。その結果、「基礎に帰れ」や「ゆとりと充実」のスローガンのもと、算数科における基礎・基本が見直され、指導内容の精選も図られることとなった。

こうした基本方針に基づいて、学習指導要領は昭和 52(1977)年に改訂された。

昭和 52(1977)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

数量や図形について基礎的な知識と技能を身につけ、日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、処理する能力と態度を育てる。

基礎・基本の時代には、算数科における基礎・基本の捉え方が議論されたが、基礎・基本を単なる計算技能とみる極端な捉え方が課題となった。

しかし、目標の後半をみると「日常の事象を数理的にとらえ、筋道を立てて考え、処理する能力と態度を育てる」とされており、数学的な考え方を軽視するものではなく、むしろ、基礎的な知識や技能と数学的な考え方のバランスを強調したものとみるべきであろう。

2.5 新しい学力観の時代 平成元(1989)年版学習指導要領

昭和から平成にかけて、価値観の多様化やパソコンの普及など、個性化、多様化、情報化、国際化への対応が迫られるようになった。

昭和 62(1987)年、教育課程審議会の答申では、算数・数学科の改善

の方向性を次のように述べている。

小学校・中学校及び高等学校を通じて、情報化などの社会の変化に対応し、論理的な思考力や直観力の育成を重視する観点から、様々な事象を考察する際に、見通しをもち、筋道を立てて考え、数理的に処理する能力と態度の育成を一層充実するようにする。また、基本的な概念及び原理・法則の理解と基礎的な技能の習熟を図るとともに、その過程を通して、それらを十分に活用できるようにし、事象の考察に有用であることが分かるようにする。

こうした改善の基本方針に基づいて、学習指導要領は平成元(1989)年に改訂された。

平成元(1989)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

数量や図形についての基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、数理的な処理のよさが分かり、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。
--

この目標と基礎・基本の時代の目標を比べると、「見通し」、「よさ」、「生活に生かす」という表現が加わっている。

算数の「よさ」の捉え方について、清水(2000)は「算数科で取り上げる内容の価値(役割)に深く関連するもの」とし、『なぜ、算数科が小学校の教科として存在しているのか』、あるいは『算数科を通しての教育は子どもを幸せにできるのか』が問われてきている」と述べている。

このように、算数の「よさ」が強調され、算数を意欲的に学習する態度を求められるようになった背景には、当時、算数・数学に対する情意面での課題が指摘されるようになり、いわゆる「新しい学力観」が議論となった。新しい学力観は、知識・技能に偏りがちであった従来の学力観を再考し、認知面と情意面のバランスをとることが強く求められるようになり、この目標もそれを目指したものであるといえる。

2.6 生きる力とゆとりの時代 平成10(1998)年版学習指導要領

21 世紀を主体的に生きることができる国民の育成という観点から、豊かな人間性を育むべき時期の教育における問題への対応、社会の急激な変化に対応した教育の在り方が問われるようになった。

第3 学年以上の学年に「総合的な学習の時間」が新設される一方で、学校完全週 5 日制の実施にあたり、各教科では時間数の削減に伴い、指導内容も大幅に削減されたのは、この時代である。例えば、分数及び小数を導入する時期が第 4 学年となったり、図形の性質については、全体的に 1 学年程度遅く導入され、合同な図形や図形の対称が中学校に移行された。

平成 10(1998)年、教育課程審議会の答申では、算数・数学科の改善の基本方針を次のように述べている。

- (ア) 小学校、中学校及び高等学校を通じ、数量や図形についての基礎的・基本的な知識・技能を習得し、それを基にして多面的にものを見る力や論理的に考える力など創造性の基礎を培うとともに、事象を数理的に考察し、処理することのよさを知り、自ら進んでそれらを活用しようとする態度を一層育てるようにする。
- (イ) そのために、実生活における様々な事象との関連を考慮しつつ、ゆとりをもって自ら課題を見つけ、主体的に問題を解決する活動を通して、学ぶことの楽しさや充実感を味わいながら学習を進めることができるようにすることを重視して、内容の改善を図る。

こうした改善の基本方針に基づいて、学習指導要領は平成 10(1998)年に改訂された。

平成 10(1998)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

数量や図形についての算数的活動を通して、基礎的な知識と技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考える能力を育てるとともに、活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、進んで生活に生かそうとする態度を育てる。

この目標においても、基礎的な知識と技能の習得とその活用、数学的

な考え方、算数のよさと生かそうとする態度については、継承されている。

新たに加わった表現として「算数的活動」、「活動の楽しさ」がある。算数的活動とは、児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのあるさまざまな活動のことをいい、小学校学習指導要領解説算数編では、作業的な算数的活動、具体物を用いた算数的活動などの例が示されている。

こうした算数的活動という表現が加わった背景には、問題解決の過程が想定されており、算数的活動を取り入れることによって、算数の授業が「教師による説明中心の授業」から「児童の主体的な活動中心の授業」へ転換していくことが期待されたといえる。

また、「活動の楽しさ」は、国際調査において、我が国の児童が他国の児童に比べ、算数が好きであると答える割合が低いという課題がみられ、算数は楽しい、算数は面白いと感じられるような授業をつくっていくことが期待された。

2.7 知識基盤社会の時代 平成 20(2008) 年版学習指導要領

21 世紀は、新しい知識・情報・技術が政治・経済・文化をはじめ社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増す、いわゆる「知識基盤社会」の時代であると言われている。この「知識基盤社会」という言葉には、知識がそのパラダイム転換を伴いながら、日進月歩で絶えず更新されるという意味が込められている。したがって、変化の激しい知識基盤社会では、確かな学力、豊かな心、健やかな体の調和を重視する「生きる力」をはぐくむことがますます重要になってくる。

こうした時代認識のもとで、学習指導要領は平成 20(2008)年に改訂された。

平成 20(2008)年版『小学校学習指導要領』では、算数科の目標として次のことを挙げている。

算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気づき、進んで生活や学習に活用しようとする。

る態度を育てる。

この目標の主な改訂のポイントは、3点である。

1点目は、「算数的活動を一層重視する」ことである。

算数的活動は、平成10(1998)年版学習指導要領において、新たに加わった表現である。算数的活動は、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、算数・数学を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものであることから、この目標では、算数的活動を一層重視するという方針が示された。

2点目は、「見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」ことである。特に、この目標では「表現する(能力)」の表現を加えている。このことは、学習指導要領の改訂にあたって、児童の思考力、判断力、表現力等を育むという観点から各教科等において、言語活動を充実させていくという方針を反映させたものである。

考えを表現する過程で、自分のよい点に気付いたり、誤りに気付いたりすることがあるし、自分の考えを表現することで、筋道を立てて考えを進めたり、よりよい考えを作ったりできるようになる。授業の中では、様々な考えを出し合い、お互いに学び合っていくことができるようになる。そうした考えから、目標において考える能力と表現する能力とを並べて示されることとなった。

3点目は、「進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる」ことである。特に、この目標では、「学習」という表現を加え、「生かそうとする」を「活用しようとする」と示している。

このことは、PISA調査や全国学力・学習状況調査におけるB問題にみられる課題を踏まえたものといえ、学習した知識や技能、考え方を生活だけでなく、学習にも活用していくことを重視したものといえる。

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・阿知波小三郎(1905),「尋常小学算術 第三学年」

- <http://dl.ndl.go.jp/info:ndl.jp/pid/813755h> (2017 年 3 月取得)
- ・植田敦三(2000), 「和算」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p73.
 - ・植田敦三(2000), 「日本の立場からみた算数・数学教育の歴史」, 日本数学教育学会誌No. 82(7・8), pp. 5-6.
 - ・国立教育政策研究所(2005), 「教育課程の改善の方針, 各教科等の目標, 評価の観点等の変遷—教育課程審議会答申, 学習指導要領, 指導要録(昭和22年～平成15年)—」, p203.
www.nier.go.jp/kiso/sisitu/siryoul/all.pdf (2017 年 3 月取得)
 - ・算数教育研究会(2010), 「新訂 算数教育の理論と実際」, 聖文社.
 - ・師範学校編(1873), 「小学算術書 巻1」
<http://dl.ndl.go.jp/info:ndl.jp/pid/827176/9> (2017 年 3 月取得)
 - ・清水静海(2000), 「小学校における算数教育—算数科の教科目標の変遷から—」, 日本数学教育学会誌No. 82(7・8), pp. 15-27.
 - ・長崎栄三・滝井章(2007), 「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」, 東洋館出版.
 - ・中原忠男(1995), 「何のための算数・数学教育か—算数・数学教育の目的」, 日本数学教育学会誌No. 77(6・7), pp. 104-107.
 - ・中原忠男編(2000), 「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」, 明治図書.
 - ・中原忠男(2000), 「現代化運動」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p35.
 - ・中原忠男編著(2011), 「新たな学びを拓く 算数科 授業の理論と実践」, ミネルヴァ書房.
 - ・能田伸彦(2000), 「数理思想」, 『算数・数学科重要用語 300 の基礎知識』, 明治図書, p31. ・文部科学省(2012), 「平成 24 年度全国学力・学習状況調査 調査問題数学B」,
<http://www.nier.go.jp/12chousa/12chousa.htm> (2017 年 3 月取得)
 - ・狭間節子(2000), 「生活単元学習」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p97.

- ・日本数学検定協会, 「算額 1・2・3」,
<https://www.sangaku123.jp/index.html#about> (2017 年 9 月取得)
- ・文部省(1940), 「尋常小學算術 第6 學年兒童用 下」,
<http://dl.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/1080351> (2017 年 3 月取得)
- ・文部省(1941), 「カズノホン 第2 学年」,
<http://dl.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/1460728> (2017 年 3 月取得)
- ・文部科学省教育課程課・幼児教育課(2013), 「教育の未来を拓く学習指導要領の変遷」, 東洋館出版.
- ・山本信也(2000), 「黒表紙教科書」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p31.
- ・山本信也(2000), 「緑表紙教科書」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p65.
- ・山本信也(2000), 「青表紙教科書」, 『算数・数学科重要用語300の基礎知識』, 明治図書, p21.

第3章

算数科の目標及び内容

§ 1 算数・数学科の改善の方向性

1.1 2030年の社会と子供たちの未来

学習指導要領は、小学校・中学校・高等学校等の「教育課程の基準」として、教育課程審議会（現在は、他の審議会と整理・統合され「中央教育審議会」）への諮問，答申，改訂，全面实施という一連の流れで，ほぼ10年ごとに改訂が行われている。そこでは，これまでの教育の蓄積，近未来の社会の状況を踏まえながら，新しい学校教育のあり方を示してきた。

このたびの改訂は，2030年頃の社会と，そこに生きる子供たちを見据えたものとなっている。その頃の社会について，中央教育審議会（2017）は「幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」において，「社会の変化は加速度を増し，複雑で予測困難となってきており，しかもそうした変化が，どのような職業や人生を選択するかにかかわらず，全ての子供たちの生き方に影響するものとなっている」と述べ，予測困難な時代の到来を示唆している。また，こうした社会の変化に対応するため，これからの学校教育においては，「生きる力」を育てていくことは継承しながらも，「生きる力」の現代的な意義を踏まえてより具体化し，教育課程を通じて確実に育むことが求めている。

1.2 平成20年版学習指導要領の成果と課題

平成20年版学習指導要領の算数・数学における成果として，同答申は次のように述べている。

- ・ 現行の学習指導要領により，PISA2015では，数学的リテラシーの平均得点は国際的に見ると高く，引き続き上位グループに位置しているなどの成果が見られる。
- ・ TIMSS2015では，小・中学生の算数・数学の平均得点は平成7（1995）年以降の調査において最も良好な結果になっているとともに，中学生は数学を学ぶ楽しさや，実社会との関連に対して肯定的な回答をする割合も改善が見られる。

一方で、課題としては、次のように述べている。

- ・(PISA2015 では) 学力の上位層の割合はトップレベルの国・地域よりも低い結果となっている。
- ・(TIMSS2015 では) いまだ 諸外国と比べると低い状況にあるなど学習意欲面で課題がある。さらに、小学校と中学校の間で算数・数学の勉強に対する意識に差があり、小学校から中学校に移行すると、数学の学習に対し肯定的な回答をする生徒の割合が低下する傾向にある。
- ・全国学力・学習状況調査等の結果からは、小学校では、「基準量、比較量、割合の関係を正しく捉えること」や「事柄が成り立つことを図形の性質に関連付けること」、中学校では、「数学的な表現を用いた理由の説明」に課題が見られた。また、高等学校では、「数学の学習に対する意欲が高くないこと」や「事象を式で数学的に表現した論理的に説明したりすること」が課題として指摘されている。

1.2 改善の基本的な方針

中央教育審議会(2017)は同答申において、1.1, 1.2 で挙げた成果と課題を踏まえ、算数・数学の改善の基本的な方針として次のように述べている。

今回の学習指導要領の改訂に際しては、幼児期に育まれた数量・図形への関心・感覚等の基礎の上に、小・中・高等学校教育を通じて育成を目指す資質・能力を、「知識・技能」、「思考力・判断力・表現力等」、「学びに向かう力・人間性等」の三つの柱に沿って明確化し、各学校段階を通じて、実社会との関わりを意識した数学的活動の充実等を図っていくことが求められる。

§ 2 算数科の目標

こうした方針を踏まえ、改訂された学習指導要領では、算数科の目標を次のように規定している。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
- (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気付き、学習を振り返ってよりよく問題解決する態度、算数で学んだことを生活や学習に活用する態度を養う。

このたびの改訂では、算数科の目標は「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す」という総括目標と、(1)・(2)・(3)の具体目標の二重構造で整理されている。

2.1 数学的な見方・考え方について

このことについて、平成 29 年度板小学校学習指導要領解説算数編では次のように述べている。

数学的に考える資質・能力の育成に当たっては、算数科の特質に応じた見方・考え方が重要な役割を果たす。算数の学習において、「数学的な見方・考え方」を働かせながら、知識及び技能を習得したり、習得した知識及び技能を活用して課題を探究したりすることにより、生きて働く知識の習得が図られ、技能の習熟にもつながるとともに、日常事象の課題を解決するための思考力、判断力、表現力等が育成される。そして、数学的に考える資質・能力が育成されることで、「数学的な見方・考え方」も更に成長していくと考えられる。

「数学的な見方・考え方」については、これまでの学習指導要領の中で、教科目標に位置付けられたり、評価の観点名として用いられたりし

てきた。今回、小学校算数科において育成を目指す資質・能力の三つの柱を明確化したことにより、「数学的な見方・考え方」は、算数の学習において、どのような視点で物事を捉え、どのような考え方で思考をしていくのかという、物事の特徴や本質を捉える視点や、思考の進め方や方向性を意味することとなった。

「数学的な見方・考え方」のうち「数学的な見方」については、事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着目してその特徴や本質を捉えることであり、また、「数学的な考え方」については、目的に応じて図、数、式、表、グラフ等を活用し、根拠を基に筋道を立てて考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることである。これらから、算数科における「数学的な見方・考え方」とは、「事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること」と整理することができる。

「数学的な見方・考え方」は、数学的に考える資質・能力を支え、方向付けるものであり、算数の学習が創造的に行われるために欠かせないものである。また、児童一人一人が目的意識をもって問題解決に取り組む際に積極的に働かせていくものである。その意味で「数学的な見方・考え方」は、数学的に考える資質・能力の三つの柱である「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」及び「学びに向かう力、人間性等」の全てに対して働かせるものとしている。そして、算数の学習を通じて、「数学的な見方・考え方」が更に豊かで確かなものとなっていくと考えられる。また、「数学的な見方・考え方」は、算数の学習の中で働かせるだけではなく、大人になって生活していくに当たっても重要な働きをするものとなる。算数の学びの中で鍛えられた見方・考え方を働かせながら、世の中の様々な物事を理解し思考し、よりよい社会や自らの人生を創り出していくことが期待される。

2.2 数学的活動について

このことについて、平成29年度板小学校学習指導要領解説算数編では次のように述べている。

(1) 数学的活動の指導の意義

数学は、数・量・形やそれらの関係についての抽象的な構造の研究を行うといった面の他に、現実世界の問題を数学の舞台に載せて解決する方法を提供するという一面をもつ。実際、幾何学の起源は、ナイル川の氾濫によって変形する肥沃な土地を測り、収穫される穀物の量を推測するために古代エジプト人が行った測量術にあると言われている。つまり、数学は、身の回りの事象を観察・解釈し、またそれを通して問題を解決する方法の一つなのであり、もともと実生活において身の回りの事象の仕組みを読み解くことで役に立つという側面をもっているのである。この意味で、数学とは出来上がった知識の体系という面のみならず、様々な事象について数学的な知識や技能を駆使して考察し、そのなかで数学自体も発展し、体系化されていくという、活動としての面をもっている。

今回の改訂では、このような数学的な問題発見や問題解決の過程を学習において実現することを重視している。平成10年告示の学習指導要領における算数科の目標において用語「算数的活動」がはじめて用いられた。平成20年告示学習指導要領では、その意味が「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数に関わりのある様々な活動」と規定されている。そして、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付けるとともに、数学的な思考力・表現力を高めたり、算数を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものと位置づけられている。また、算数的活動を生かした指導を一層充実し、言語活動や体験活動を重視した指導が行われるようにするために、小学校では各学年の内容に、算数的活動を具体的に示している。今回の改訂では、育成を目指す資質・能力の観点からの目標、内容の検討において、算数・数学に固有の見方や考え方である「数学的な見方・考え方」を働かせた学習を展開するよう内容を整理すること、また学習指導の過程においては、数学的な問題発見や問題解決の過程を重視することが求められている。そこで、数学的な問題発見、問題解決の過程における様々な局面とそこで働かせる数学的な見方・考え方に焦点を当てて算数科における児童の活動を充実するために、用語「算数的活動」を「数学的活動」と改めて、その趣旨を一層徹底することとした。繰り返しになるが、数学的活動とは、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。数学的活動にお

いては、単に問題を解決することのみならず、問題解決の結果や過程を振り返って、得られた結果を捉え直したり、新たな問題を見いだしたりして、統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。この活動の様々な局面で、数学的な見方・考え方が働き、その過程を通して数学的に考える資質・能力の育成を図ることができる。また、今回の改訂では、学習指導の過程においては、数学的に問題発見・解決する過程を重視するものとした。算数科においては、「日常生活の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決したり、解決の過程や結果を振り返って考えたりする」とこと、「算数の学習から問題を見いだし解決したり、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考えたりする」ことの二つの問題発見・解決の過程が相互に関わり合っている。これらの基盤として、各場面で言語活動を充実させ、それぞれの過程や結果を振り返り、評価・改善することができるようにすることも大切である。数学的活動は、数学を学ぶための方法であるとともに、数学的活動をすること自体を学ぶという意味で内容でもある。また、その後の学習や日常生活などにおいて、数学的活動を生かすことができるようにすることを目指しているという意味で、数学的活動は数学を学ぶ目標でもある。それらを考慮して、各領域の学習やそれらを相互に関連付けた学習において、数学的活動の楽しさを実感できるようにし、数学的に考える力を確かに育むことが期待される。

(2) 数学的活動の類型と各学年への位置付け

上述のような趣旨から、数学的な問題発見、問題解決の過程に位置付く「日常の事象から見いだした問題を解決する活動」、「算数の学習場面から見いだした問題を解決する活動」及び「数学的に表現し伝え合う活動」を中核とした活動をそれぞれ下学年のイ、ウ、エ及び上学年のア、イ、ウとして数学的活動に位置付けた。

なお、数学的に表現し伝え合う活動は、言葉や図、数、式、表、グラフなどを適切に用いて、数量や図形などに関する事実や手続き、思考の過程や判断の根拠などを的確に表現したり、考えたことや工夫したことなどを数学的な表現を用いて伝え合い共有したり、見いだしたことや思考の過程、判断の根拠などを数学的に説明したりする活動である。多くの場合、この活動は、指導の過程において、日常の事象から見いだした問題を解決する活動や算数の学習場面から見いだした問題を解決する

活動と相互に 関連し一連の活動として行われることになる。

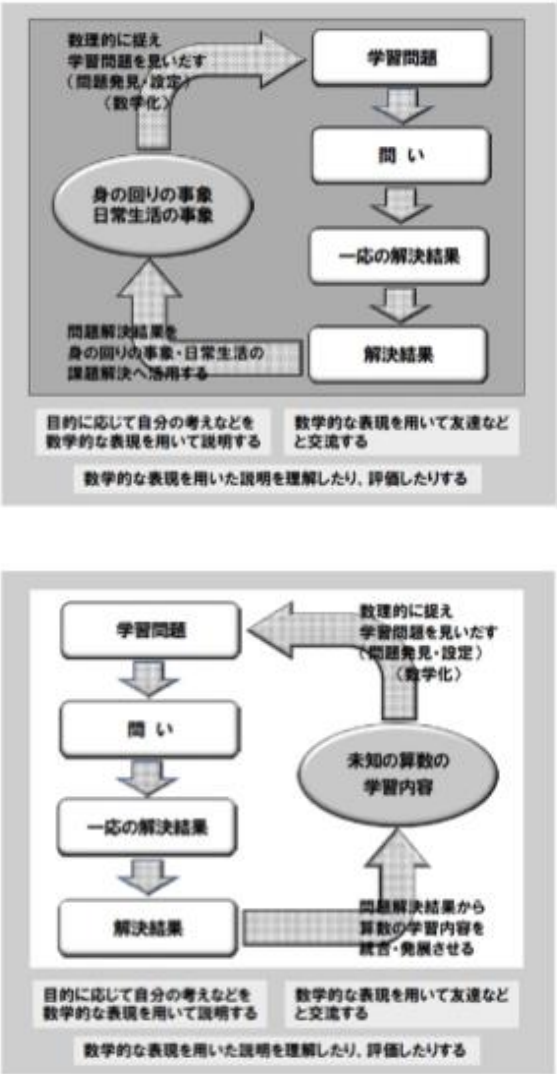


図 3-1 数学的活動の過程 (文部科学省, 2017)

数学的活動に取り組む機会を設ける際には、活動としての一連の流れ

を大切にするとともに、どの活動に焦点を当てて指導するのかを明らかにすることが必要である。

さらに、下学年には、身の回りの事象を観察したり、小学校に固有の具体的な操作をしたりすること等を通して、数量や図形を見いだして、それらに進んで関わって行く活動を明確に位置付けることで、小学校における学習に特徴的な数学的活動を重視することとした。

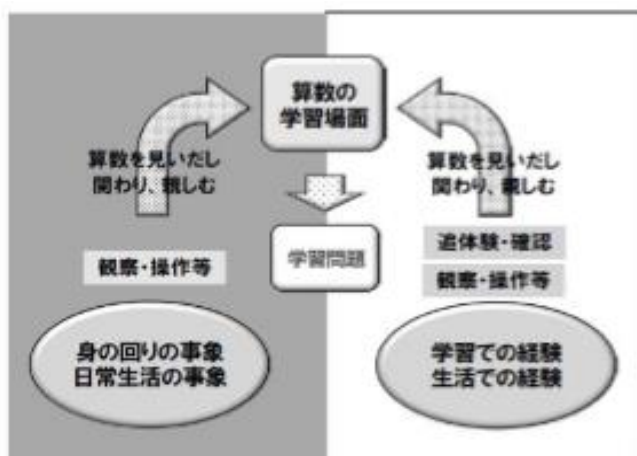


図3-2 小学校における学習に特徴的な数学的活動(文部科学省, 2017)

○身の回りの事象を観察したり、具体物を操作したりして、数量や図形を見いだす活動（第1学年 ア）

○身の回りの事象を観察したり、具体物を操作したりして、数量や図形に進んで関わる活動（第2学年, 第3学年 ア）

これは、義務教育段階の算数科・数学科における活動の趣旨をより一貫したものとして、日常の事象の問題解決と振り返りや日常生活への算数の活用、算数の事象の問題解決と振り返りや統合的・発展的考察を重視するものである。次ページの表は、第1学年から中学校第1学年までの数学的活動の類型の一覧である。

数学的活動一覧

	数量や図形を見いだし、進んで関わる活動	日常の事象から見いだした問題を解決する活動	算数の学習場面から見いだした問題を解決する活動	数学的に表現し伝え合う活動
第1学年	身の回りの事象を観察したり、具体物を操作したりして、数量や形を見いだす活動	日常生活の問題を具体物などを用いて解決したり結果を確かめたりする活動	算数の問題を具体物などを用いて解決したり結果を確かめたりする活動	問題解決の過程や結果を、具体物や図などを用いて表現する活動
第2学年	身の回りの事象を観察したり、具体物を操作したりして、数量や図形に進んで関わる活動	日常の事象から見いだした算数の問題を、具体物、図、数、式などを用いて解決し、結果を確かめる活動	算数の学習場面から見いだした算数の問題を、具体物、図、数、式などを用いて解決し、結果を確かめる活動	問題解決の過程や結果を、具体物、図、数、式などを用いて表現し伝え合う活動
第3学年	同上	同上	同上	同上
第4学年		日常の事象から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、日常生活等に生かしたりする活動	算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、発展的に考察したりする活動	問題解決の過程や結果を、図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動
第5学年		同上	同上	同上
第6学年		日常の事象を数理的に捉え、問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り、結果や方法を改善したり、日常生活等に生かしたりする活動	算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り統合的・発展的に考察する活動	問題解決の過程や結果を、目的に応じて図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動
(中学校 第1学年)		日常の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決したり、解決の過程や結果を振り返って考察したりする活動	数学の事象から問題を見いだし解決したり、解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする活動	数学的な表現を用いて筋道立てて説明し伝え合う活動

図3-3 数学的活動一覧(文部科学省, 2017)

このたびの改訂では、「算数的活動」が「数学的活動」という共通の表現で規定されている。このことは、算数・数学科で取り上げる内容は

いずれも数学に根ざしているという判断から、算数・数学の教育が数学の本質に学び、それをいかすことが重要であるという考えの表れといえるであろう。また、「数学的活動」を算数・数学の問題発見・解決の学習過程（プロセス）を遂行していくことと捉え、小・中・高等学校がこの学習過程（プロセス）を共通に重視していくことから「数学的活動」という表現に統一されているといえる。

2.3 数学的に考える資質・能力

2.2 具体目標～育成を目指す資質・能力～

このたびの改訂では、各教科等において育成を目指す資質・能力を、同答申では次の3つの柱で整理している。

- ①「何を理解しているか、何ができるか（生きて働く「知識・技能」の習得）」
- ②「理解していること・できることをどう使うか（未知の状況にも対応できる「思考力・判断力・表現力等」の育成）」
- ③「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか（学びを人生や社会に生かそうとする「学びに向かう力・人間性等」の涵養）」

具体目標（数学的に考える資質・能力）は、これら3つの柱に対応する形で、(1)，(2)，(3)と規定されている。

各具体目標について、平成29年度板小学校学習指導要領解説算数編では次のように述べている。

「数学的に考える資質・能力」とは、算数科の教科目標に示された3つの柱で整理された算数・数学教育で育成を目指す力のことである。これらの資質・能力は、「数学的な見方・考え方」を働かせた数学的活動によって育成されるもので、算数の学習はもとより、他教科等の学習や日常生活等での問題解決に生きて働くものである。また、育成された資質・能力は「数学的な見方・考え方」の成長にも大きな影響を与えるものである。

- (1)「数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理

解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付ける」

この部分は「知識及び技能」についての目標を示している。算数の学習で児童が身に付ける基礎的・基本的な概念や性質は、生活や学習の基盤となり欠くことができないものである。それらは日常の生活においても、他教科等や総合的な学習の時間における学習においても、様々な活動の基になるものである。また、これから先の算数の学習や中学校以降の数学の学習において発展させていくための基になるものでもある。算数教科においては、身に付けるべき基礎的・基本的な内容の習得を重視するとともに、その背景にある概念や性質についての理解を深めながら、概念や性質の理解に裏付けられた確かな知識及び技能を習得する必要がある。例えば、分数の除法の計算の仕方を学ぶ際には、意味を踏まえないまま公式などを暗記させたり、計算を形式的に速く処理できることを技能として求めたりするなど、形式的な学習指導に終わるのではなく、計算の仕方の基に原理・原則があることや、原理・原則をうまく使って形式的な処理の仕方が考え出されることを理解することなどが大切である。知識及び技能は、実際の問題を解決する際に、的確かつ能率的に用いることができるようになって初めてその真価が発揮される。概念や性質についての理解に裏付けられた確かな知識及び技能が、日常生活や社会における事象を数理的に捉え処理して問題を解決することに役立てられるようにすることが大切である。必要な知識及び技能を身に付けることで終わるのではなく、その身に付ける過程を通して数学的な見方・考え方を育てることも大切にしたい。問題を解決する過程においては、数学的な概念や性質及び数学的な表現や処理の仕方を活用できるようにすることが大切である。それらの理解を深めたり仕方を習得したりする際には、数学的活動を通して学習できるように配慮する。また、算数の知識及び技能を問題解決において活用するためには、それらをどのように活用するか、その方法について理解する必要がある。例えば、「比例の関係を用いた問題解決の方法を知ること」のように、いわば「方法知」とでも呼ばれる知識を身に付けることが大切である。なお、算数の知識及び技能やそれを支える概念や原理・法則などには、用語や記号によって表現されるものが多い。用語や記号の意味やよさが分かるようにするとともに適切に用いることができるような配慮が必要である。

(2)「日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力」

日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力 この部分は我が国の算数・数学教育のねらいとして長年にわたって強調されてきたことである。今回の改訂では「日常の事象を数理的に捉える」ことを明示し、その重要性を強調しているが、「日常の事象」については、これをあまり狭く限定して考えるのではなく、児童の発達の段階に応じて、広く算数の対象となる様々な事象を含めて考える必要がある。

「数理的に捉える」とは、事象を算数の舞台にのせ数理的に処理できるようにすることである。事象の中に、そのままでは解決できない問題状況がある場合、既習の概念や原理が適用できるように問題の場面で模型（モデル）を構成し、数学的に問題を解決することが多い。その際、事象を理想化したり、単純化したり、条件を捨象したり、ある条件を満たすものと見なしたりするなど課題の定式化が行われる。このような過程を遂行する資質・能力を育てることも算数科の目標としていることである。

「見通しをもつ」と示しているのは、ものごとについて判断したり、推論したりする場合に、見通しをもち筋道を立てて考えることの重要性を述べたものである。問題に直面した際、事象を既習事項を基にしながから観察したり試行錯誤したりしながら結果や方法の見通しをもつことになる。その際、幾つかの事例から一般的な法則を帰納したり、既知の似た事柄から新しいことを類推したりする。また、ある程度見通しが立つと、そのことが正しいかどうかの判断が必要となり、このときは既知の事柄から演繹的に考えたりする。

「筋道を立てて考える」ことは、正しいことを見いだしたり、見いだしたことの正しさを確かめたりする上で欠くことのできないものである。それは、ある事実の正しさや自分の判断の正しさを他者に説明する際にも必要になる。そのような説明の必要性は学年の進行に伴って増していくが、それらの場面で筋道を立てて説明する能力が身につくことが期待される。このように、算数科では、問題を解決したり、物事を判断したり、推論を進めたりしていく過程において、見通しをもち筋道を

立てて考えて、いろいろな性質や法則などを発見したり確かめたり、筋道を立てて説明したりする資質・能力を育てることを重要なねらいとしている。このような資質・能力を育成する上で、単純なものから複雑なものへ、易から難へというように適切な場を設定しやすいという点で、算数科が担う役割は大きい。

「統合的に考察する」ことは、異なる複数の事柄のある観点から捉え、それらに共通点を見いだして一つのもので捉え直すことであり、算数の学習で大切にすべきものである。例えば、次のような視点から発展的に考察を深める場面では、統合的に考えることが重要な役割を果たしている。

- ・ 2, 4, 6…から共通の性質を見いだして「偶数」という一つのものにまとめるというように集合から捉える。
- ・ 整数の乗法の意味や形式を、小数、分数の場合にも考えられるように拡張して捉える。
- ・ 乗法九九を構成する際に、1の段を加えて、九九表が完全になるように補完して捉える。

また、算数の学習で「発展的に考察する」とは、ものごとを固定的なもの、確定的なものと考えず、絶えず考察の範囲を広げていくことで新しい知識や理解を得ようとするものである。数量や図形の性質を見いだして考察する際、既習の事項を適用すればすむ場合もあれば、新しい算数を創ることが必要な場合もある。特に、後者の場合は、新しい概念を構成したり、新しい原理や法則を見いだしたり、また、それらを適用しながら目的に合った解決が求められたりする。場合によっては、新たな知識及び技能を生み出す場合も考えられる。このように算数の学習において数量や図形の性質を見いだし、数理的な処理をすることは、それらを統合的・発展的に考察して新しい算数を創ることを意味しているともいえる。算数を統合的・発展的に考察していくことで、算数の内容の本質的な性質や条件が明確になり、数理的な処理における労力の軽減も図ることができる。また、物事を関係付けて考察したり、他でも適用したりしようとする態度や、新しいものを発見し物事を多面的に捉えようとする態度を養うことも期待できる。

「数学的に表現する」ことは、事象を数理的に考察する過程で、観察したり見いだしたりした数量や図形の性質などを的確に表したり、考察

の結果や判断などについて根拠を明らかにして筋道を立てて説明したり、既習の算数を活用する手順を順序よく的確に説明したりする場面が必要になる。数学的な表現を用いることで、事象をより簡潔、明瞭かつ的確に表現することが可能になり、論理的に考えを進めることができるようになったり、新たな事柄に気付いたりすることができるようになる。また、数学的な表現を簡潔・明瞭・的確なものに高めていくと、その一方で表現自体は抽象的になる。

そこで、算数の学習では、「つまり」と具体的な事柄を一般化して表現したり、「例えば」と抽象的な事柄を具体的に表現したりすることも大切である。考えたことを目的に応じて柔軟に表現することで、考えをより豊かにすることができる。こうした経験を通して、数学的な表現の必要性や働き、よさについて実感を伴って理解できるようにすることが大切である。数学的な表現を柔軟に用いることで、互いに自分の思いや考えを共通の場で伝え合うことが可能となり、それらを共有したり質的に高めたりすることができる。表現することは知的なコミュニケーションを支え、また逆にその知的なコミュニケーションによって数学的な表現の質が高められ、相互に影響しながら算数の学習が充実する。

- (3)「数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度」

「数学的活動の楽しさや数学のよさに気付くこと」は、主として算数科における態度および情意面に関わる目標を述べている。例えば、IEAの国際数学・理科教育動向調査（TIMSS）では、これまで我が国では算数が楽しいという児童の割合は増加してはいるものの、国際的に比較すると低いとの結果が報告されており、この状況は現在でも改善されているとはいえない。また、算数が得意であるという児童の割合も国際平均より低い結果が出ており、児童が算数は楽しい、算数は面白いと感じ、算数が得意になるような授業をつくりだしていくことが大切である。

「数学的活動の楽しさ」に気付くという部分は、そのような状況に因應するためのものである。例えば、算数を日常生活の事象と結び付ける活動、具体物を扱った操作的・作業的な活動、実際の数や量の大きさを実験・実測するなどの体験的な活動、表や図、グラフなどからきまりを発見するなどの探究的な活動、解決した問題から新しい問題をつくるなど

の発展的な活動等を含んだ数学的活動を通して、児童が活動の楽しさに気付くことをねらいとしている。児童は問題解決に本来興味をもち、積極的に取り組む姿勢を有している。教科の本質に関わって活動性に富むものや活動が教科ならではの興味深い内容で構成されているものに対して進んで取り組む。そうした児童の本性に根ざす数学的活動を積極的に取り入れることによって、楽しい算数の授業を創造することが大切である。

「数学のよさに気付く」ということは、数学の価値や算数を学習する意義に気付くことであり、学習意欲の喚起や学習内容の深い理解につながり、また、算数に対して好意的な態度を育てることになる。数学は人間によって生み出された価値あるものであり、数学を用いた問題解決において働く数学的な見方・考え方が数学のよさの根底にある。数学的な見方・考え方は、ものごとを処理する際に有効な手段として働くものである。児童がこの数学的な見方・考え方を身に付けながら算数を学習し、数学が人間にとって価値あるものであることが分かり、主体的に算数の学習に関われるようにすることが重要である。

よさについては、これを狭く考えずに数量や図形の知識及び技能に含まれるよさもあるし、数学的な思考、判断、表現等に含まれるよさもあり、有用性、簡潔性、一般性、正確性、能率性、発展性、美しさなどの様々な視点から算数の学習を捉えることが大切である。例えば、算数では「数」を扱い、ものの個数を調べたり、大きさの比較をしたりする。これは日常生活のいろいろな場面で活用されるものである。それは

「数」という内容がもつ、有用性に関わるよさである。整数は十進位取り記数法を用いて表されるが、この記数法は、位の位置によって大きさを表せるという優れた方法である。それによって簡潔に分かりやすく数を表したり、数の大小を比較したりできるのである。これは「表現の仕方」がもつ有用性、簡潔性、一般性に関わるよさであり、これらが児童が算数を創り出していく原動力になっていく。このようにして、各々の内容や方法などのもつよさを明らかにしていくような教材研究を進めることが重要である。よさを児童に知識として覚えさせればよいというようなことがないように留意し、学習の中で児童が自らそうしたよさに気付いていけるように、指導を創意工夫することが重要である。

「学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度」は、算数は

系統的な内容によって構成されており、児童が常に創造的かつ発展的に算数の内容に関わりをもち学び進むことが期待されている。これを受けて、ここでは、算数の学習に粘り強く取り組み、よりよい問題解決に最後まで取り組みうとする態度を育てるというねらいを述べている。よりよく問題解決するということは、一つの方法で解決したとしても別な方法はないかと考えを進め、本質的に違う方法でも解決することであり、二通りの方法を見いだしたら、ほかの場面にそれらの方法を適用し、それぞれの方法の可能性を検討することでもある。このように、数学的に表現・処理したことや自らが判断したことを振り返り、状況によってはそれを批判的に検討するなどして、考察を深めたり多面的に分析したりすることが、よりよい問題解決の実現につながる。数量の処理をより正確、的確かつ能率的に行ったり、図形の内容や性質を生かした事象の正しい判断をしたりするなど、算数の学習には常によりよい結果を追求めていくことに価値があり、それを日常生活や学習に生かすことが大切である。

「算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度」は、算数の授業の中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けるだけでなく、身に付けた知識及び技能を活用していくことは極めて重要である。実際、算数は生活や学習の様々な場面で活用することができる。そして、算数の学習で身に付けた資質・能力を生活や学習の様々な場面で活用することによって、児童にとって学習が意味あるものとなり、数学のよさを実感を伴って味わうことができるようになる。

これらを実現していくためには、算数で学んだことは活用できるように学習されなければならないし、活用を重視した創造的な学習展開を用意する必要がある。算数を生み出していく過程では、児童自らが数学的な見方・考え方を働かせて、筋道を立てて考えたり、統合的・発展的に考えたりする学習が期待される。

「生活や学習」については広く捉えることができる。「生活」については、児童の家庭や学校での生活、地域社会での生活はもとより、将来の社会生活も含められる。また「学習」については、他教科等の学習はもとより、これから先の算数や数学の学習にも含めて考えることが大切である。「活用」の中には、既習の内容を活用して新しい算数の知識及び技能などを生み出すことも含まれる。

§ 3 算数科の内容

このたびの改訂では、学校段階間のつながりを踏まえた教育課程の編成を行なわれている。小学校算数科については、児童の発達の段階を踏まえつつ、幼稚園と小学校との学びの連続という視点、及び小学校算数科と中学校数学科における教育課程の接続という視点から、第1学年、第2学年と第3学年、第4学年と第5学年、第6学年の4つの段階を設定されている。また、それぞれの学年までに育成を目指す資質・能力と働かせる数学的な見方・考え方を明示した内容構成となっている。

第6学年を例にすると

1 目 標

- (1) 分数の計算の意味、文字を用いた式、図形の意味、図形の体積、比例、度数分布を表す表などについて理解するとともに、分数の計算をしたり、図形を構成したり、図形の面積や体積を求めたり、表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。(知識・技能)
- (2) 数とその表現や計算の意味に着目し、発展的に考察して問題を見いだすとともに、目的に応じて多様な表現方法を用いながら数の表し方や計算の仕方などを考察する力 図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し 図形の性質や図形の計量について考察する力、伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見いだして、二つの数量の関係を表や式、グラフを用いて考察する力、身の回りの事象から設定した問題について、適切にデータを収集し、目的に応じて適切な手法を選択して分析を行い、それらを用いて問題解決したり、解決の過程や結果を批判的に考察したりする力などを養う。(思考力・判断力・表現力等)
- (3) 数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度、数学のよさに気付き学習したことを生活や学習に活用する態度を養う。(学びに向かう力・人間性等)

2 内 容

A 数と計算

- (1) 分数の乗法及び除法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

- (ア) 乗数や除数が整数や分数である場合も含めて、分数の乗法及び除法の意味について理解すること。
- (イ) 分数の乗法及び除法の計算ができること。
- (ウ) 分数の乗法及び除法についても、整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解すること。

(ア) 数の意味と表現，計算について成り立つ性質に着目し，計算の仕方を多面的に捉え考えること。

また、内容は、「A数と計算」、「B図形」、「C測定」(下学年)、「C変化と関係」(上学年)、及び「Dデータの活用」の5つの領域で構成されており、内容の系統性や発展性の全体を、中学校数学科との接続をも視野に入れて整理されたものと考えられる。

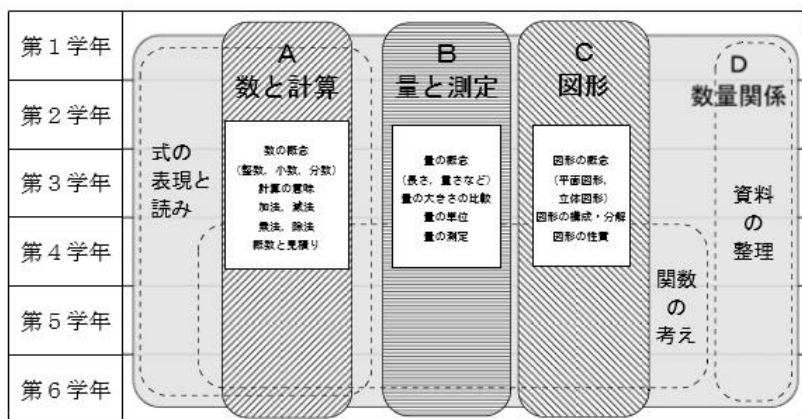


図3-4 改訂前の領域(文部科学省, 2017)

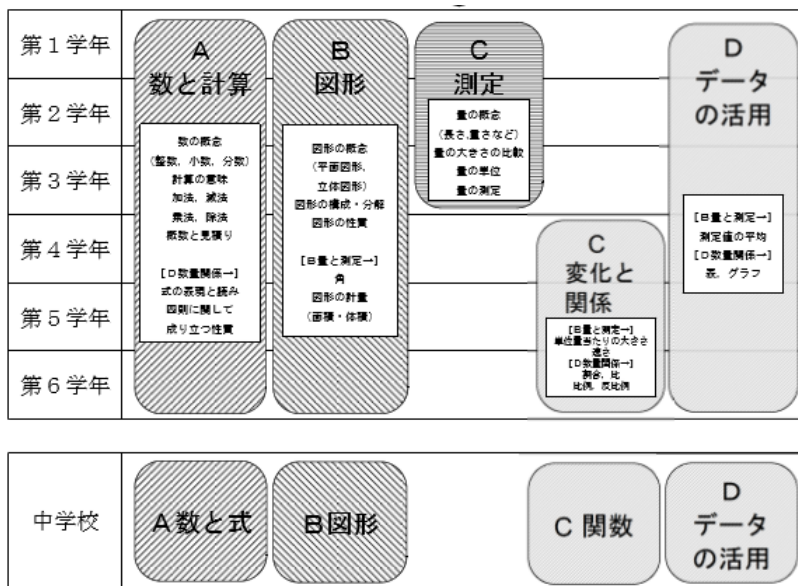


図3-5 改訂後の領域(文部科学省, 2017)

改訂のポイントとしては、次のことが挙げられる。

- 1 「A数と計算」の充実：「式の表現や読み」のA領域への位置付け
- 2 量を測定するプロセスの充実（下学年）と図形の計量的考察の充実（上学年）
- 3 変化や関係を把握する力の育成の重点化と統計教育の充実：数量関係領域の充実

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」, 東洋館出版.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」, 聖文社.
- ・清水静海(2016),「新しい教育課程の基準作成に向けての動向(第2回) 一算数科の教科目標の原型一」, 新しい算数研究 2016 No546, 東洋館出版, pp. 4-5.

- ・清水静海(2010),「算数的活動の意義」,『講座 算数授業の新展開 7 算数的活動』,東洋館出版.
- ・中央教育審議会(2016),「幼稚園,小学校,中学校,高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1380731.htm (2017年3月取得)
- ・中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(2016),「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/1376993.htm (2017年3月取得)
- ・長崎栄三・滝井章(2007),「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」,東洋館出版.
- ・中原忠男(2000),「算数的活動・数学的活動」,『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』,明治図書, p132.
- ・中原忠男(1995),「何のための算数・数学教育か〜算数・数学教育の目的」,日本数学教育学会誌No. 77(6・7), pp. 104-107.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)

第4章

これからの算数科の授業

§ 1 これからの算数科の授業に求められるもの

このたびの改訂では、図3－1にも示されているとおり、まずは「何ができるようになるか」という観点から、育成を目指す資質・能力を明確にし、次に「何を学ぶか」という観点から育成を目指す資質・能力を育むために必要な指導内容等を示されている。

さらに、育成を目指す資質・能力を育むためには「どのように学ぶのか」が重要であると考えられ、これからの学びのあり方について示している。

ここで、留意しておきたいのは「何をできるようにするか」「何を教えるか」「どのように教えるか」ではなく、「何ができるようになるか」「何を学ぶか」、「どのように学ぶか」としている点である。このことは、これから求められる授業の主体は、教師ではなく、学び手である子供が主体であることを意味している。

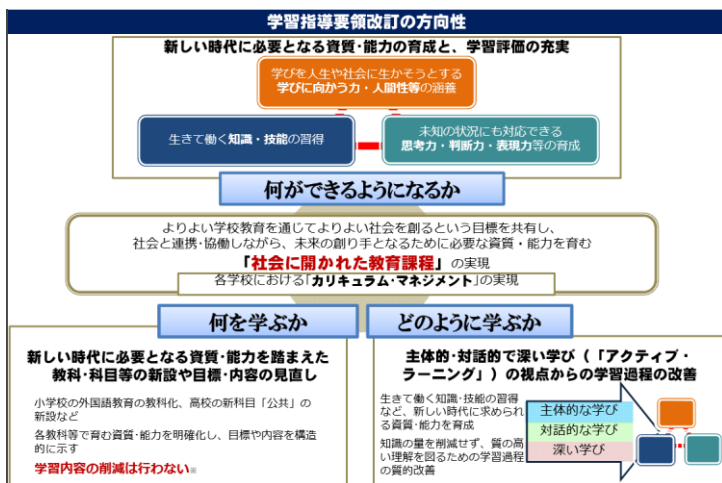


図4－1 学習指導要領改訂の方向性(中央教育審議会,2016)

1.1 どのように学ぶのか ～主体的・対話的で深い学び～

「主体的・対話的な学びで深い学び」について、中央教育審議会(2016)は、次のように述べている。

「主体的・対話的で深い学び」の実現とは、以下の視点に立った授業改善を行うことで、学校教育における質の高い学びを実現し、学習内容を深く理解し、資質・能力を身に付け、生涯にわたって能動的（アクティブ）に学び続けるようにすることである。

このことから、「主体的・対話的で深い学び」を実現していくということは、特定の指導方法のことでもなく、これまで学校現場で行われてきた授業を否定するものではないことが分かる。

むしろ、育成を目指す資質・能力の育むための授業を実現していくための授業の充実・改善の視点といってよいであろう。

具体的には、次のようにその視点が示されている。

- ① 学ぶことに興味や関心を持ち、自己のキャリア形成の方向性と関連付けながら、見通しを持って粘り強く取り組み、自己の学習活動を振り返って次につなげる「主体的な学び」が実現できているか。
- ② 子供同士の協働、教職員や地域の人との対話、先哲の考え方を手掛かりに考えること等を通じ、自己の考えを広げ深める「対話的な学び」が実現できているか。
- ③ 習得・活用・探究という学びの過程の中で、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」を働かせながら、知識を相互に関連付けてより深く理解したり、情報を精査して考えを形成したり、問題を見いだして解決策を考えたり、思いや考えを基に創造したりすることに向かう「深い学び」が実現できているか。

こうした学びは、これまで行われてきた授業とは別に新たに時間を確保していかなければ、実現できないものではなく、これまでも一部の教師によって行われてきたもの、これまで行われてきた授業の充実・改善していくことによって実現されていくものである。また、こうした学びは、1単位時間の授業のなかで、すべてが実現されるというものではなく、単元のなかで実現されていくこともあることもある。したがっ

て、今後は単元のまとまりのなかで指導内容を関連付け、授業の質を高めていくことが必要となるであろう。

さらに、「深い学び」にかかわって重要になってくるのが、各教科等の特質に応じた「見方・考え方」である。「見方・考え方」とは、「どのような視点で物事を捉え、どのような考え方で思考していくのか」ということである。この「見方・考え方」が身に付くことによって、子供たちは、これまで表面的な現れに惑わされて全く別物だと考えていた様々な事象や事物が同じことの異なった現れであることに気付き、その教科が本来もっている面白さに気付き、さらに深く学んでいくことであろう。

1.2 算数・数学科における学習過程

1.1 では、各教科等に共通する考え方を述べてきたが、算数・数学科では、どのような学びが求められているのであろうか。

中央教育審議会(2016)は、育成を目指す資質・能力を育むためには学習過程が重要であり、その学習過程を「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」、すなわち、数学的に問題解決する過程と述べ、図3-2のように図示している。

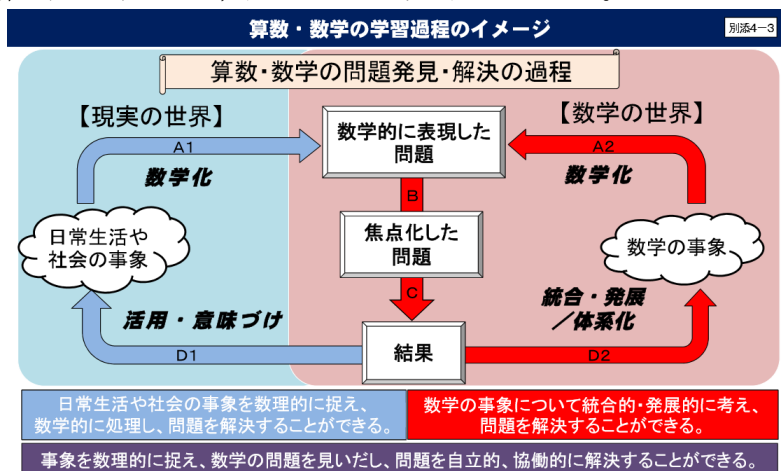


図4-2 算数・数学の学習過程のイメージ(中央教育審議会,2016)

この図では、数学的に問題解決する過程とは、大きく2つの過程を例示している。

1つは、「日常生活や社会の事象 を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する問題解決の過程」である。

もう1つは、「数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする問題解決の過程」である。

そして、この2つの過程が相互に関わり合って展開し、その際、これらの各場面で言語活動を充実させること、それぞれの過程を振り返り、評価・改善することができるようにすること、さらには、これらの過程については、自立的に、時に協働的に行い、それぞれに主体的に取り組めるようにすることが重要であるとしている。

1.3 算数・数学科における「主体的・対話的で深い学び」

算数・数学科において、「主体的・対話的で深い学び」を実現していくためには、次のような視点が示されている。

「主体的な学び」の視点

児童生徒自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりする

「対話的な学び」の視点

事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えや事柄の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりする

「深い学び」の視点

数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、「数学的な見方・考え方」を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し、思考、態度が変容する

これらのことは、算数・数学科における「主体的・対話的で深い学び」の中核には、数学における本質的なものがあることを表しているといえる。

§ 2 問題解決の授業づくり

2.1 問題解決の授業の現状

算数科の授業形態には、問題解決の授業¹、系統学習、プログラム学習、発見学習などがあるが、現在多くの学校で取り組まれており、算数科の授業の主流となっている、問題解決の授業を取り上げる。

問題解決の授業は、ポリアが著書『いかにして問題をとくか』の中で示した4段階の問題解決の過程に算数科に合うように、図3-3のように4段階の過程、もしくは、5段階の過程で行われるものが一般的である。

過程	形態
1 問題の提示：教師による問題の提示	集団
2 自力解決：児童による問題の解決	個人
3 練り上げ：解決の比較・検討	集団
4 振り返り：まとめ	個人・集団

図4-3 問題解決の授業の学習過程

問題解決の授業について、藤井(2016)は、「TIMSS2003において小学校4年生のカリキュラムのカバー率は54%であったにもかかわらず、正答率は69%であったことを例に挙げ、教わっていないことまでできてしまうのは、日本の子供達が問題解決的な授業を受けてきたからで

¹ 問題解決の授業は、「問題解決型の授業」と呼ばれることもあるが、特定の「型」が決まっているものではないことから、本書では「問題解決の授業」と呼ぶこととした。

あり、過程(プロセス)の側面もある程度やってきている」と、その有効性を述べており、これまでの取組が一定の成果を挙げている。

一方で、問題解決の授業の問題点として、細水(2014)は、「問題解決型の授業が広まるにつれ、新任の教師でも算数を専門にしていない教師でもある程度の算数の授業ができ、子どもたちを一定のレベルに引き上げることができるようになった」と一定の成果を認めつつも、「例えば『問題の提示—自力解決—共同思考—まとめ』といった型がはっきりしているため、それにとらわれすぎて、この型から抜け出せないでいる授業者も多く見受けられる。経験が豊かな授業者も新任の授業者も、ほとんど同じ展開で行われている現在の算数の授業は、何か不自然な感じがしてならない」と述べている。

また、長谷(2016)は、「問題解決学習が形式的に行われ、子供たちの主体的・対話的な深い学びが実現され、数学的な思考力、表現力が育っていると問うと疑問が残る。」と述べ、具体的な問題点は次の通りで挙げている。

- 教材の本質が不明確のまま授業実践が行われている。
- 1時間1時間の授業が単発で行われ、学習がつながらない。
- 問題解決学習が形式的に行われ、子供の問いでつながる主体的・対話的で深い学びが実現できていない。
 - ・ 教師から与える問題が、子供自身の問題になっていない。
 - ・ 形式的な話し合い活動が展開され、考えが深まらない。
 - ・ 思考過程に沿った振り返りが不十分で、まとめが知識中心となっている。また、学習したことから新たな問いが生まれない。

2.3 問題解決の授業の構造

問題解決の授業を行っていく際に、大切にしたい考え方について、小学校第3学年の「あまりのあるわり算」を例に述べていく。

問題

□個のボールを3個ずつ分けます。何人に分けられますか。

(1) 問いを見いだす

まずは、□を12とした場合を取り上げ、既習の包含除について復習

する。次に、□を14とした問題に取り組むようにする。

児童は、この場面をわり算であると考え、 $14 \div 3$ と立式し、解決しようとするが、「あれ、この問題は九九の逆算ではできないぞ。どうしたらいいんだろう」、「あまりが出るけれど、どのようにしたらいいんだろう」という問いを見いだす。

問題解決の授業は、を児童が互いに共有するように指導していくところからスタートする。

ここで、留意すべき点について、磯田(1995)は、児童の目標と教師の目標にずれが生じることにあると述べている。

つまり、児童は、当初 $14 \div 3$ の問題を解くことを目標としている。一方、教師は、あまりが出る場合もわり算であると認めさせた上で、あまりをどのように表現したらよいかを教えることを目標としているのである。

したがって、問題解決の授業では、「あれ、この問題は九九の逆算ではできないぞ。どうしたらいいんだろう」という「問題を解く過程で、未知を意識したときにもつ問い(課題)」を、児童が見いだし、互いに共有するよう、教師が促していくことが重要である。

その際の工夫としては、次のようなことが考えられる。

- ① 学習のねらいに迫る「問い」を引き出す教材を作成する。
- ② 問題提示の仕方(ブラインド、ゲーム化等)を工夫するなどして、教師が与えた問題から児童の「問い」を引き出す。

算数科の場合、他教科に比べると、どうしても必要な条件のもとで簡潔に表現された問題を用意する傾向にあるが、児童主体の学習としていくためには、児童一人ひとりが考える対象を設定できるようにすることが大切である。

なお、比較的低学年の場合、初めて学習する内容を取り上げる場合等には、教師が用意した問題から児童が「問い」をもてるようにする工夫をし、次第に児童が「問い」を設定できるようにしていきたい。

(2) 問いを解決する

次に、児童は自分なりの考えを作り出す。

例えば、次のアからエのような考えが作りだされたとする。

- | | |
|---|-----------------------------|
| ア | $12 \div 3 = 4$ (人) |
| イ | $14 \div 3 = 4$ (人) |
| ウ | $14 \div 3 = 4$ (人) あまり 2 個 |
| エ | $14 \div 3 = 5$ (人) 1 個不足 |

ややもすれば、ア、イ、エは誤った考えと捉えられがちであるが、例えば、アと考えた児童は、あまりのあるわり算の立式をした経験がないことから、既習のわり算を基にして $12 \div 3 = 4$ と考えたのであろう。イと考えた児童も、等号の右側に答えを書くと学んできたことから、既習のわり算を基にして、それに忠実に $14 \div 3 = 4$ と考えたのであろう。

授業のなかでは、自分の考えに確信をもっている児童ばかりではないであらう。

問題解決の授業において、教師はア、イ、エのような考えを取り上げ、「前に学習したわり算の考えを使って考えたんだね」というように不安や悩みを共有することを促していく。そして、児童同士の対話をどのように表したら適切なのかという点に焦点化し、そのうえで、それぞれの表現のよさを認め合い、生かしていくよう展開していくことが望ましい。

問題解決の授業では、「えっ、あの式でいいの。よく分からないな」という「対話することを通して、他者に自分にとっての未知を認めたときにもつ問い」を大切にし、児童が互いの考え（のよさ）を互いに認め、よりよい考えにし、共有していくよう、教師が促していくことが重要である。そこでは、教師の児童の考えを次のように捉えたい。

- | | |
|---|---|
| ア | 児童の考えは、その児童なりの既習を基にした仮説（予想）であり、他者からは吟味の対象となる。吟味を経ない限り、その考えは個人の仮説（予想）の域を出ない。 |
| イ | 児童の考え（仮説）は、他者に表現され、他者から吟味され、修正され、評価されることを通して、正しいとされるにせよ、正しくないとされるにせよ、他者と共有される考えに変わっていく。 |

その際の工夫としては、次のようなことが考えられる。

- ① 話し合いの目的を児童に把握させ、その目的に沿った話し合い活動が行われるよう授業を進める。
- ② 児童の発言に対して問い返すなどして、児童の論理的な考え・表現を引き出す。
- ③ 表現様式の変換を促すような発問や指示などをして、児童の多様な表現を引き出す。
- ④ 児童の多様な考えの関連性を検討するような発問や指示、教材などを用意して、よりよい解決方法を引き出す。

(3) 新たな問いを見いだす

(1)、(2)の過程を通して、 $14 \div 3 = 4$ あまり2（個）と表されること、□が14の場合も、3の段の九九を使って答えを求めることができるという手続き（方法）が児童同士で共有される。

ここでの手続き（方法）は「□が14ならば～」「わる数が3ならば～」という前提条件がある。このことを児童に意識させるため、さらには、児童同士で共有された考えがいつでも成り立つのだろうかと考えさせるために共有された考えを振り返る必要がある。

したがって、問題解決の授業では、「□が14よりも大きな数になったら、どうしたらいいんだろう」「わる数が3ではない数になったらどうしたらいいんだろう」という「共有された考えを振り返ってみてもつ新たな未知への問い」を、児童が見いだすよう、教師が促していくことが重要である。

その際の工夫としては、次のようなことが考えられる。

- ① 児童の思考過程に沿った振り返りをし、改めてそれぞれの考えのよさを価値づける。
- ② 学習感想を活用し、児童自身に学習のまとめをさせる。
- ③ 新たな「問い」を引き出すような発問や指示、教材などを用意して、発展的に学習を進めたり、次の学習につなげたりする。

これまでは、①、②の工夫が授業のなかでみられることが多かったが、改訂された学習指導要領では、数学的な見方・考え方として、統合的・発展的に考えることが重視されていることから、③についての工夫をしていくことが特に求められる。

しかし、統合的・発展的に考えることを経験したことの児童に、統合的・発展的に考えることを求めるのは無理といえる。

したがって、まずは教師が授業の学習過程のなかで具体的に示していくことによって、次第に、児童にそうした見方・考え方が身に付いていくものであろう。また、児童のつぶやきや発言のなかに「もし、～だったら」「○が□だったら」といった発展的な考えが表われた表現や「～と～の考え方は似ている」「～と～は同じ考えだ」といった統合的な考えが表われた表現が認められたら、教師はそれらを取り上げ、価値づけていくことも必要であらう。

こうして児童自らが「問い」を見いだし、それが次の学習につながっていくと、図4-2のような学習過程が1つのサイクルとなっていくであらう。

このように、問題解決の授業では、児童の未知への問いをつなぎ、解決していくような授業であるといえる。このことを図に表したのが、図4-4である。

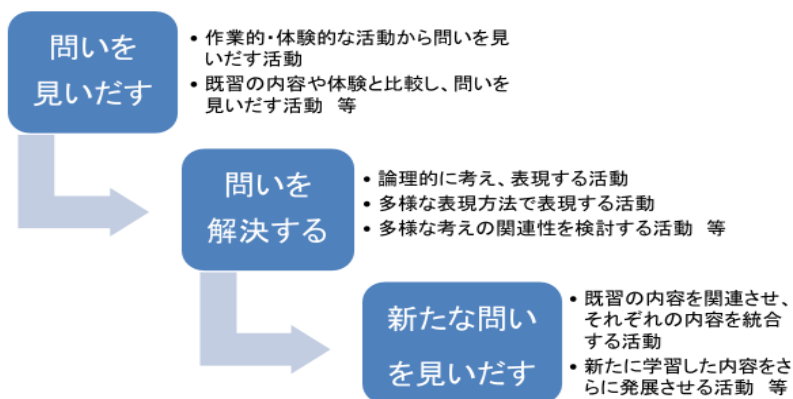


図4-4 問いをつなぐ算数科の授業

2.4 問題解決の授業の改善

問題解決の授業と言えば、2.1 でも述べたように、4もしくは5段階の過程で行われるものが一般的であるが、問題解決のもつ意味は、昭和20年代の生活単元学習としての問題解決、昭和30年代の文章題解決学習としての問題解決、その後の学習指導法としての問題解決等、そのタイプは様々である。石田(1987)は日本の算数・数学教育において重視すべきであろう問題解決的な授業のタイプとして、

(1) 方法型	(2) 特設型	(3) 設定型
---------	---------	---------

の3つを挙げている。

それぞれのタイプについて概説する。

(1) 方法型

このタイプは、カリキュラムの指導内容に関わる概念形成やそこでの知識・考え方の理解、技能獲得等を第一の目的として、1時間を4又は5の段階に構成・展開していく授業である。

3つのタイプのなかでは、我が国の算数科において最も多く行われているタイプであろう。その理由としては、算数科の授業が、教科書の内容を教えること、すなわち教科書に示された知識・考え方の理解、技能の習得に重点が置かれていることが考えられる。このタイプの授業は、問題解決の過程を重視するあまりに、「型にはまった授業」「硬直化した授業」にもつながりかねない。

そこで、「問いを見いだす」過程における工夫、「問いを解決する」過程における工夫、「新たな問いを見いだす」過程における工夫を行っていく必要がある。

また、2.2 で述べた問題解決の授業の問題点の1つとして、話し合い活動が形式的に展開され、考えが深まらないということを挙げた。このことを改善し、「対話的な学び」を実現していくために大きな示唆を与えてくれるのが、古藤らの研究(1998)である。

古藤ら(1998)は、多様な考えを図3-5のように4つの型にまとめた。教師は、これを参考にして、多様な考えの型に沿ったまとめ方を見通していくことによって、適切な発問や指示、教材などを用意しておくことができるようになる。



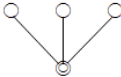

イメージ図	重点
	I 独立的な多様性 それぞれの数学的なアイディアのよさや着眼点のよさを分かり合わせる ことが大切であり、妥当性の検討に重点がおかれる。
	II 序列可能な多様性 それぞれのアイディアの長所や短所について比較させることが大切であ り、有効性の検討に重点がおかれる。
	III 統合可能な多様性 1つ1つの考えを理解し合った後、分類したり、共通性を見出したり、 または新しい観点を導入したりするなど、関連性・有効性の検討に重点が 置かれる。
	IV 構造化可能な多様性 共通性の発見や新しい観点を導入することによって、グループ分けした り、相互の関連を明らかにしたりするなど関連性の検討に重点が置かれ る。

図4－5 多様な考えのまとめ方（古藤ら, 1989）

(2) 特設型

このタイプは、問題解決能力の育成を第一の目的として、それにふさわしい教材、例えば解決に比較的時間のかかる困難な問題、現実的な問題、数学的に面白い問題や価値ある問題を教材（一般に「投げ入れ教材」と言われたりする）として扱う授業である。

近年では、全国学力・学習状況調査の報告とあわせて、課題と思われる問題についての授業アイデア例を活用することも1つの方法である。

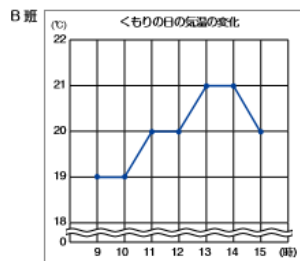
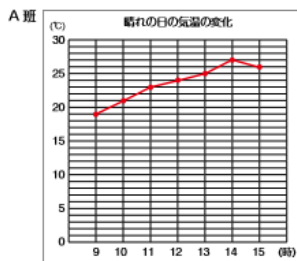
「グラフを批判的に考察しよう」

～折れ線グラフを的確に読み取り、目的に応じてグラフを表現し直す～

B④(3)の結果を分析すると、グラフから読み取る読み取り、それを根拠に、事柄を正しく判断することに課題が見られました。本授業アイデア例では、日常生活の場面でも、目的をもって表現された2つのグラフについて、目盛りの幅の違いに気づき、そこからグラフを比較しやすいように表現し直し、事柄を的確に判断できるようにすることを狙った授業を紹介します。

授業アイデア例

A班は晴れの日、B班はくもりの日について、午前9時から午後3時までの気温の変化を、下の折れ線グラフのように表しました。



① 2つのグラフの変化の様子を比較し、1目盛りの幅の違いに気付く。



10時から11時までの間で、晴れの日とくもりの日のどちらの方が気温の変わり方が大きいでしょうか。



10時から11時の間の気温の変化を比べると、くもりの日の方が、グラフの傾きが急に見えるから、気温の変化も大きいと思います。



でも、10時と11時の気温を読み取ると、晴れの日では21℃から23℃で2℃上がっていて、くもりの日は19℃から20℃で1℃上がっています。

1目盛りの幅が違うから、グラフの傾きだけでは比べられないね。



ポイント

グラフを比較するときは、それぞれの目盛りの幅や数値などに留意する必要があることに気付かせることが大切です。

② 気温の変化を比較できるようにグラフを表現し直し、グラフの特徴を話し合う。



2つの気温の変化は、グラフをどのように変えると比べやすくなりますか。



それぞれのグラフの目盛りの幅をそろえるとよいと思います。



だったら、1つのグラフ用紙に晴れの日とくもりの日を重ねてかくと、比べやすいと思います。



※ 参照 ▶ 「平成28年度 報告書 小学校 算数」P85～P91, 「平成28年度 解説資料 小学校 算数」P72～P77

図4-6 平成28年度全国学力・学習状況調査授業アイデア例

(国立教育政策研究所)

また、教科用図書にも「特設型」として扱うことができる教材も増えてきており、積極的に活用していくとよい。

学びを いかそう
ジャンプ コピー機を使って



1冊 51～59ページ

コピー機のキーが右のようについています。

150%のキーをおすと、長さが1.5倍になります。

㊦ 90%でコピーし、それをまた80%でコピーすると、はじめの長さの何倍になりますか。

㊩ 2回コピーして、はじめの長さの0.25倍にするには、どのキーをおすといいですか。

㊫ 150%で何回コピーすると、はじめの長さの3倍より長くなりますか。

㊬ ほかにいろいろな問題を考えてみましょう。



150%	125%
100%	90%
80%	70%
60%	50%



㊦ 90%でコピーし、それをまた80%でコピーすると、はじめの長さの何倍になりますか。

```

    graph LR
      A[はじめ] -- 0.9倍 --> B[1回コピー]
      B -- 0.8倍 --> C[2回コピー]
      A -- "■倍" --> C
    
```

㊩ 2回コピーして、はじめの長さの0.25倍にするには、どのキーをおすといいですか。

```

    graph LR
      A[はじめ] -- "□倍" --> B[1回コピー]
      B -- "□倍" --> C[2回コピー]
      A -- "0.25倍" --> C
    
```

㊫ 150%で何回コピーすると、はじめの長さの3倍より長くなりますか。

```

    graph LR
      A[はじめ] -- 1.5倍 --> B[1回コピー]
      B -- 1.5倍 --> C[2回コピー]
      C -- "....." --> D[...]
    
```

図4-7 わくわく算数5年下（啓林館）

(3) 設定型

このタイプは、主体的に問題を設定したり問題解決に取り組んだりできるような力の育成を第一の目的として、問題解決だけではなく、学習者自身による問題設定や問題づくりを取り入れた授業である。

このタイプの授業は、次のようなよさが挙げられる。

- ① 既習事項の適用可能な学習場面の一層の理解の深化
- ② 数量関係を把握する力の育成
- ③ 導入時の問題をより深く、より一般的に捉え、発展させることの可能性の拡大
- ④ 日常生活のなかから問題を見つけて解決したり、既にあるものを新しい視点から捉え直したりする力の身長

⑤ 問題カードづくり

- 1 みらいさんとつばさんは、右の絵を見て、 $12 \div 3$ になる問題をつくりました。

にことばをつけたして、問題をかんせいさせましょう。



みらい

問題カード	
式	$12 \div 3$
問題	
みかんが12こあります。	
3人に同じ数ずつ分けます。	
1人分は	<input type="text"/> 何こに
<input type="text"/> なりますか。	



つばさ

問題カード	
式	$12 \div 3$
問題	
みかんが12こあります。	
1人に3こずつ分けます。	
何人に	<input type="text"/> 分けられ
<input type="text"/> ますか。	

図4-8 わくわく算数3年上（啓林館）

設定型の授業の学習展開の一般的に次のようになる。

- ① はじめの問題（「原題」と呼ばれる。）を解決する。
- ② はじめの問題（原題）をもとに問題づくりを行う。
- ③ つくられた問題を吟味する。
- ④ つくられた問題を解決する。

学習過程の②における発問としては、図3－9のような発問が考えられる。

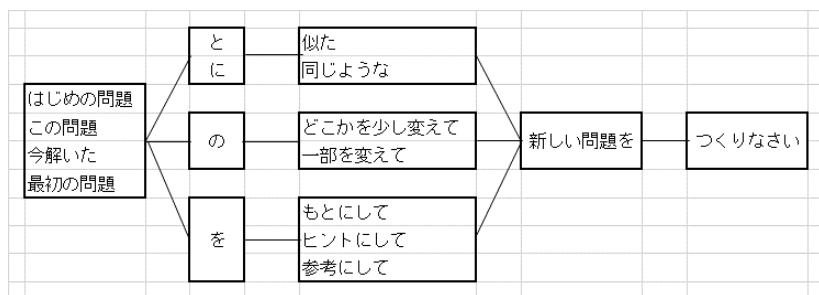


図4－9 問題づくりの発問例

「特設型」「設定型」は「方法型」に比べると、その多くが単元の終末や単元と単元の間で行われることが多く、授業時数も少ない。今後、育成を目指す資質・能力が「何を知っているか、何ができるか(個別の知識・技能)」という観点とどまらず、「知っていること・できることをどう使うか(思考力・判断力・表現力等)」「どのように社会・世界と関わり、よりよい人生を送るか(学びに向かう力、人間性等)」という観点からも育んでいくことが求められていることから、単元・年間指導計画の中にバランスよく取り入れていく必要がある。

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・石田忠男(1987),「算数科問題解決指導の教材開発」,『問題解決指導のた

めの教材開発』, 明治図書.

- ・磯田正美(1995), 「問題解決の授業の構造」, 『小学校算数実践指導全集 11 問題解決の能力を育てる指導』, 日本教育図書センター, pp. 46-60.
- ・啓林館(2011), 「わくわく算数3年上」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく算数5年下」.
- ・国立教育政策研究所(2016), 「平成28年度全国学力・学習状況調査 授業アイデア例 小学校算数」, <http://www.nier.go.jp/jugyourei/h28/idea-02.html> (2017年3月取得)
- ・古藤怜・新潟算数教育研究会(1998), 『コミュニケーションで創る 新しい算数学習 多様な考えの生かし方まとめ方』, 東洋館出版社.
- ・算数教育研究会(2010), 「新訂 算数教育の理論と実際」, 聖文社.
- ・中央教育審議会(2016), 「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)」, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1380731.htm (2017年3月取得)
- ・中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(2016), 「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/sonota/1376993.htm (2017年3月取得)
- ・坪田耕三(2012), 『問題づくり』, 教育出版.
- ・長崎栄三・滝井章(2007), 「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」, 東洋館出版.
- ・奈須正裕(2017), 「『主体的・対話的な学び』と各教科等における『見方・考え方』『どのように学ぶか』」, 新教育課程ライブラリ Vol. 1, ぎょうせい, pp. 32-35.
- ・中原忠男(1995), 「何のための算数・数学教育か〜算数・数学教育の目的」, 日本数学教育学会誌No. 77(6・7), pp. 104-107.
- ・長谷豊(2016), 「思考力・判断力・表現力を育てるアクティブ・ラーニング」, 『算数の本質に迫るアクティブ・ラーニング』, 東洋館出版, pp. 118-128.

- ・藤井齊亮(2016),「世界に発信する授業研究と問題解決型授業」,日本数学教育学会誌No.98(2), p 1.
- ・細水保宏(2014),「算数授業づくりの“あたりまえ”を問い直すー本当に子どものためになっているかー」,『算数授業づくりの“あたりまえ”を問い直す』, p. 1, 東洋館出版.
- ・茂呂美恵子(2016),「学びの質や深まりの重視ー『課題発見』と『協働的な学び』に焦点を当ててー」,『算数の本質に迫るアクティブ・ラーニング』, 東洋館出版, pp. 64-73.
- ・G. ポリア・柿内 賢信(訳) (1975),『いかにして問題をとくか』, 丸善株式会社.

第5章

算数科における学習評価

§ 1 評価

1.1 教育評価の目的

教育評価とは、「教育目標実現に目指して行われる教育活動についての決定をするために必要な情報を集め、整理し、これをフィードバックする手続き」であるといわれている。

国立教育政策研究所(2011)は「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料(小学校 算数)」のなかで、「児童の『生きる力』の育成を目指し、児童一人一人の資質や能力をより確かに育むようにするため、学習指導要領に示す目標に照らしてその実現状況をみる評価を着実に実施し、児童一人一人の進歩の状況や教科の目標の実現状況を的確に把握し、学習指導の改善に生かすことが重要であるとともに、学習指導要領に示す内容が確実に身に付いたかどうかの評価を行うことが重要である」と述べている。

このように、教育評価の目的は、教育目標を実現するために、よりよい教育活動を創造し、学習者の一層の成長・発達を促すことにあるといえる。

1, 2 教育評価の意義

教育評価の意義について、梶田(1944)のなかで、学習者の立場、教師の立場、校長や教育委員会等の教育を管理する立場の3つの側面から整理している。

【学習者の立場】

- ・学習のペースメーカーとなる
- ・価値の方向に気付く
- ・自己認識の機会となる

【教師の立場】

- ・指導の対象を理解する
- ・教育状況の実現状況を確認し、その十分な実現に向け新たな手だてを考える

【教育を管理する立場】

- ・評価しつつ教育の改善策を実施し、教育の水準維持を図る

これらの意義は、1.1で述べた教育評価の目的の上になされる評価の有用性や必要性を示したものであるといえる。

1.3 教育評価の基礎・基本

ここでは、学校現場において用いられることが多い評価に関する養護について簡単に説明しておく。

(1) 絶対評価・相対評価・個人内評価

「絶対評価」は、もともとは評価者の主観的な規準に基づく評価の意味で用いられていたが、今日では、目標に照らして、その達成状況を評価する方法、すなわち「目標に準拠した評価」と同義で用いられている。

「相対評価」は、戦前の評価が教師の主観的な規準に基づく絶対評価であったことに対する反省から、戦後導入されたものであり、個人の特性を所属する集団内においてどのような位置を占めるかによって評価する方法である。現在では、「目標に準拠した評価」に対置して「集団に準拠した評価」と呼ばれている。

「個人内評価」は、絶対評価のように、目標に照らして、その達成状況を評価する方法でもなく、相対評価のように、個人の特性を所属する集団内においてどのような位置を占めるかによって評価する方法でもない。

個人の特性が、個人の可能性（例えば、知能や他の能力、過去の成績等）を規準にして、それとの比較によって、本人の発達の状況や能力のバランスを評価する方法である。

(2) 診断的評価・形成的評価・総括的評価

「診断的評価」は、単元の初め、学期及び学年の初めに行われるもので、ねらいとしては、次のようなことが挙げられる。

- ・指導しようとする目標についての知識・理解、技能等、児童生徒のレディネスを診断する。
- ・指導しようとする目標についての思考力・判断力・表現力、関心や意欲、その他授業に関係する児童生徒の特質を診断する。

- ・児童生徒の学習に関係する困難な状況を診断する。

「形成的評価」は、教授・学習活動の進行中に、常に行われ、ねらいとしては、次のようなことが挙げられる。

- ・教授・学習活動において、具体的な学習内容や目標を児童生徒がどの程度達成したかを評価する。
- ・上記の評価によって、多くの児童生徒が達成していない時に、指導方法が適切ではなかったと考え、指導方法の改善や修正を行う。
- ・児童生徒に対して、学習の達成状況を伝え、学習の改善を促す。

「総括的評価」は、単元の終わり、学期や学年の終わりに行われ、ねらいとしては、次のようなことが挙げられる。

- ・長い期間にわたる学習指導の成果や目標をどの程度達成したかを評価する。
- ・上記の評価によって、指導計画を振り返り、その改善や修正を行う。
- ・管理の目的に行われる。

いずれの評価も、児童生徒、教師に必要な情報をフィードバックするという評価の目的から行われるべきものである。

(3) 評価規準・評価基準

学習指導要領に示す目標に照らしてその実現状況をみる評価を着実に実施するためには、各教科の目標だけでなく、領域や内容項目レベルの学習指導の目標（ねらい）が明確になっている必要がある。そして、学習指導の目標（ねらい）が児童の学習状況として実現されたというのは、どのような状態になっているかを児童生徒の姿で具体的に示したものが「評価規準」である。

一方、「評価基準」は、評価規準で示した児童生徒の姿を、より具体的に明示したもので、「判断基準」という表現を用いることがある。

具体的に、小学校第1学年の「たしざん」を例に考えてみる。

学習指導の目標（ねらい）を「1位数と1位数との加法の計算の仕方を考える」に基づいて、評価規準を「1位数と1位数との加法の計算の仕方を考えている」と設定した場合、その評価規準がおおむね達成できている状況といえるのは、児童生徒の姿がどのような状況なのであろうか。

- ① たしざんの式と答えをノートにかいている。

② たしざんの式と答えをかき、さらには、どのように答えを導いたのかを言葉や図でかいている。

というように、評価規準を「1位数と1位数との加法の計算の仕方を考えている」というのは、①でおおむね達成できている状況とするのか、②のような状況とするのかを、より具体的に示したものを評価基準（判断基準）という。

1.4 目標に準拠した評価の意義

平成12(2000)年12月に、教育課程審議会は「児童生徒の学習と教育課程の実施状況の評価の在り方について(答申)」を取りまとめ、第二次世界大戦以降、採用してきた「相対評価(集団に準拠した評価)」から「目標に準拠した評価」へ転換するようを求めている。

同答申では、相対評価(集団に準拠した評価)の問題点を次のような指摘をしている。

集団に準拠した評価(いわゆる相対評価)は、集団の中での相対的な位置付けによって児童生徒の学習の状況の評価するものであることから、学習指導要領に示す基礎的・基本的な内容を確実に習得し、目標を実現しているかどうかの状況や、一人一人の児童生徒のよい点や可能性、進歩の状況について直接把握することには適していない。また、児童生徒数の減少などにより、学年、学級の中での相対的な位置付けを明らかにする評価では、客観性や信頼性が確保されにくくなっている

この指摘を整理すると、相対評価(集団に準拠した評価)には、3つの問題点があるといえる。

- ・学習指導要領に示す基礎的・基本的な内容を確実に習得し、目標を実現しているかどうかの状況について把握することには適していない。
- ・一人一人の児童生徒のよい点や可能性、進歩の状況について把握することには適していない。
- ・児童生徒数の減少などにより、学年、学級のサイズが小さくなると、集団のなかでの相対的な位置付けを明らかにする評価では、客観性や信頼性が確保されにくい。

また、田中(2015)は、相対評価(集団に準拠した評価)の問題点とし

て、次の4点を挙げている。

- ・必ずできない子がいるということを前提とする非教育的な評価論であること
- ・排他的な競争を常態化させて、「勉強とは勝ち負け」とする学習観を生み出すこと
- ・学力の実態を映し出す評価ではないこと
- ・「相対評価」が子どもたちの学習活動をネグミして、集団の中での序列化を行うことを目的とする評価であるかぎり、そこでは子どもたちの努力（不足）や能力（不足）のみが問題とされることとなる

相対評価（集団に準拠した評価）には、こうした学習観や子ども観がみられることも踏まえ、同答申は「目標に準拠した評価」への転換を図るよう求めたといえる。

一方で、目標に準拠した評価の意義としては、田中(2015)は、次の4点を挙げている。

- (1) 公共社会を生きるのに必要な学力をすべての子どもたちが身につける必要であるという、生存権に基づく「学力保障」論の立場に立つ。
- (2) 共通の目標に到達することがめざされることから、学習における協同の条件が生まれることとなる
- (3) どのような学力が形成されたのか（されていないのか）を明らかにすることができる
- (4) 評価結果を踏まえて教師の教育活動の反省と子どもたちへの学習の援助を通じて、学力の保障をはかろうとする

評価にあたっては、こうした相対評価（集団に準拠した評価）の問題点、目標に準拠した評価の考え方を理解しておくことが重要であるといえる。

1.5 指導と評価の一体化

学校においては、計画、授業実践、評価という一連の教授・学習活動

が繰り返されながら、児童生徒のよりよい成長を目指した指導が展開されている。すなわち、指導と評価とは別物ではなく、評価の結果によって後の指導を改善し、さらに新しい指導の成果を再度評価するという、指導に生かす評価を充実させることが重要であり、このことを「指導と評価の一体化」と呼んでいる。

具体的に、指導と評価の一体化を図っていくためには、次のような3つの方法が考えられる。

- (1) 学期を単位としたもので、通知表などの総括的評価に形成的評価の機能も加味しようとするもの。
- (2) 単元を単位としたもので、一つの単元ごとの到達目標の達成状況を把握し、未習得の児童生徒に対しては、それを習得するための指導を加えていくもの。
- (3) 1時間の授業を単位としたもので、各授業で設定された目標が達成されたかどうかを即座にフィードバックしていくもの。

§ 2 これからの評価とその実際

2.1 何が身に付いたか ―学習評価の充実―

中央教育審議会(2016)は、「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」のなかで、「何ができるようになったか」と同時に、「何が身に付いたか」、すなわち、学習評価の重要性についても次のように述べている。

学習評価は、学校における教育活動に関し、子供たちの学習状況の評価するものである。「子供たちにどういった力が身に付いたか」という学習の成果を的確に捉え、教員が指導の改善を図るとともに、子供たち自身が自らの学びを振り返って次の学びに向かうことができるようにするためには、この学習評価の在り方が極めて重要であり、教育課程や学習・指導方法の改善と一貫性を持った形で改善を進めることが求められる。

また、学習評価の充実に向けて、次のように述べている。

子供たちの学習状況の評価するために、教員は、個々の授業のねらいをどこまでどのように達成したかだけではなく、子供たち一人一人が、前の学びからどのように成長しているか、より深い学びに向かっているかどうかを捉えていくことが必要である。

田中(2015)は、相対評価から「目標に準拠した評価」への転換を評価しつつも、「目標に準拠した評価」をめぐる論点を次の4点に整理している。

- (1) 「目標に準拠した評価」は、教師による「目標」が規準となることから、それからはみ出す子どもたちの活動を見落とす危惧があるのではないか。
- (2) 「目標に準拠した評価」は、子どもたちにとっては「外的な評価」であって、子どもたち自身による「内的な評価」を十分に位置づけていないのではないか。
- (3) 「目標に準拠した評価」は、子どもたちの学習の成果に着目するあまり、その成果や結果に至る「プロセス」を丁寧に読み取ることに課題が残されているのではないか。
- (4) 「目標に準拠した評価」では、客観性を重んじるために、客観テストが多用される場合が多い。(略) 評価課題をもっとリアルなものにするとか、子どもたちの獲得した学力を様々な方法で活用や表現させる工夫が求められているのではないか。

これらの論点は、「目標に準拠した評価」の考え方を否定するものではなく、「目標に準拠した評価」をさらに充実させていくための視点として捉えていくことが必要であろう。

「どのように学ぶのか」という学びの「質」が問われている今日、評価についても学びの「質」に目を向けていく必要があるといえよう。

2.2 パフォーマンス評価

中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会(2010)は「児童生徒の学習評価の在り方について(報告)」において、教師が、知識や技能

の評価に比べ、思考力・判断力・表現力等の評価に難しさを感じているという課題を踏まえ、思考力・判断力・表現力の評価方法として、「パフォーマンス評価」を例示している。

ここでは、「パフォーマンス評価」とは何かについて、概説する。

(1) パフォーマンス評価

「パフォーマンス評価」とは「知識やスキルを状況において使いこなすことを求めるような評価方法の総称」（西岡, 2016）を指している。

松下(2014)は、「パフォーマンス評価」について、次のように説明している。

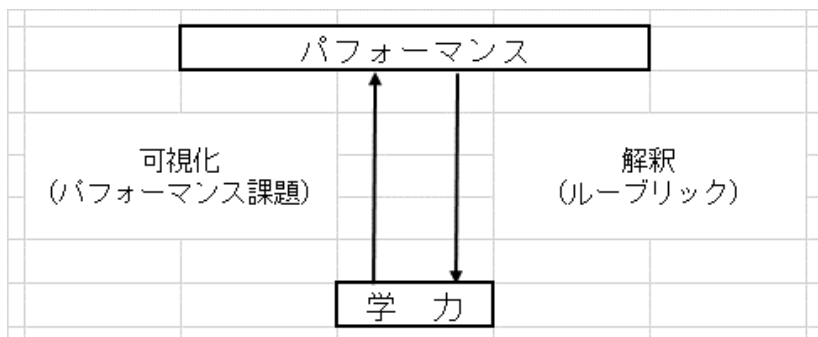


図5-1 パフォーマンス評価の構図（松下, 2014）

評価したい学力をパフォーマンスのかたちにして見えるようにすることを「可視化」と呼び、パフォーマンスからその背後にある学力を推論することを「解釈」と呼ぶ。

パフォーマンス評価とは、「パフォーマンス課題」によって、評価したい学力を可視化し、「ルーブリック」などを使うことによってパフォーマンスから学力を解釈する評価方法だといえる。

(2) パフォーマンス課題

パフォーマンス課題は、「筆記による評価」と「実演による評価」がある。

「筆記による評価」の最も単純なものは「選択回答式（客観テスト

式)の問題」で、例えば、多岐選択問題、正誤問題、順序問題、組み合わせ問題、穴埋め問題などがある。

それよりもやや複雑なものは「自由記述式の問題」で、例えば、短答問題（文章、段落、図表等）などがある。

さらに、複雑なものは、研究レポートや論文、実験レポートや観察記録、小論文や論説文、詩、絵画、曲などがある。

一方、「実演による評価」の最も単純なものは、発問への応答や活動の観察である。

それよりもやや複雑なものは「実技テスト」で、算数科における作図、理科における実験器具の操作、音楽科における運指、体育科における運動技能の実演などがこれにあたる。

さらに、複雑なものは、朗読、プレゼンテーション、グループでの話し合いやディベート、実験の計画・実施・報告、演劇やダンス、曲の演奏、スポーツの試合などがこれにあたる。

(3) ルーブリック

「ルーブリック」とは、成功の度合いを示す数値的な尺度と、それぞれの尺度にみられるパフォーマンスの特徴を示した記述語からなる評価基準表のことで、簡単にいうと、児童のパフォーマンスの質を段階的に評価するための評価基準表のことである。

	推論とストラテジー	コミュニケーション
観点の 説明	数学的に筋道だった考え方をしている	自分の考えを数式、ことば、図、絵を使ってきちんと説明できている
	二つの内包量（速さ）を正しく筋道立てて比較できている	速さをどう比較したかを数式、ことば、図、絵を使ってきちんと説明できている
3	どんな量や比で比較するか正しく選択できている	考え方（プロセスと答え）が数式や言葉などを使ってきちんと書かれており、しかも、その根拠が十分に説明されている
2	どんな量や比で比較するか正しく選択できているが、比較の仕方に一貫性と順序性に欠けていたり、不十分さがみられる	数式と答えはきちんと書かれているが、それについての説明が不十分であるか、誤っている
1	どんな量や比で比較するか正しく選択できていない	説明が断片的で関連づけられていない
0	速さの比較が行われていない	考え方の説明がない

図5－2 ルーブリック例

2.3 算数科におけるパフォーマンス評価の実例Ⅰ

ここでは、山本(2013)の実践を紹介する。

(1) 学 年 小学校第5学年

(2) 単 元 面積

(3) 単元の目標

- ・ 三角形や平行四辺形，台形，ひし形などの面積を求め，求積公式のよさに気づき，様々な場面で進んで活用しようとする態度を育てる。
- ・ 既習の求積可能な図形的面積の求め方を基にして，三角形や平行四辺形，台形，ひし形的面積の求め方や公式を筋道立てて考え，表現できるようにする。
- ・ 三角形や平行四辺形，台形，ひし形的面積を，公式を適用して求めることができるようにする。
- ・ 三角形や平行四辺形，台形，ひし形の求積公式の意味や四角形的面積を三角形に分割して求める方法を理解できるようにする。

(4) 単元計画

時	主な学習活動
1	長方形・正方形・三角形の広さ比べを通し、正確に面積をとらえる必要性を感じ、その方法を考えようとする。
2	三角形の面積の求め方を考える。
3	三角形の面積を求める公式を考える。
4	四角形の面積を工夫して求める。
5	平行四辺形の面積の求め方を考える。
6	平行四辺形の面積の公式の導き方を考える。
7	公式を使って、様々な三角形や平行四辺形の面積が求められることを理解する。
8	台形の面積の求め方を考え、公式にまとめる。
9	ひし形の面積の求め方を考え、公式にまとめる。
10	三角形の高さや底辺と面積の関係について理解する。
11	三角形の求積の結果から、どのように求めているのかを考える。
12・13	学習をふまえ、単元のまとめに取り組む。 「だまし絵」作り
14	単元のまとめや「学びをいかそう」に取り組み、学習内容が定着しているかを確認する。

(5) パフォーマンス課題

これまでに、正方形や長方形の面積について学習してきました。三角形や台形や、ひし形の面積について調べ、面積の求め方を考えましょう。そして、その面積を使って、同じ面積になるいろいろな形の「だまし絵」を作り、友達や家族に紹介しましょう。

パフォーマンス課題を検討するポイントとして、次の4点を挙げていた。

- ① リアルな課題をなっているか ⇒ 真正性 (authenticity)
- ② 子どもたちの身に迫り、やる気を起こさせるような課題か
⇒ 関連性 (relevance)
- ③ 子どもたちの手に届く課題か ⇒ レディネス (readiness)
- ④ 測りたい学力に対応しているか ⇒ 妥当性 (validity)

(6) 授業の実際 第12～14時（他の時間は省略）

- ・「だまし絵」作りは、これまでに学習した図形を用いて「面積が100～200 cm²になる、だまし絵を考えよう」という課題が設定された。「だまし絵」とは、当初「同じ面積の異なる図形」とされていたが、本時以降は、「同じ面積でもよいし、少し広さを変えて、どちらが広いでしょう」という問題でもよい」とされた。
- ・「だまし絵」を2組作成し、それを1枚の画用紙の一面に問いを書き、もう一面には図形には辺の長さや高さ、数式を用いて求積結果を書き込むよう指示された。
- ・「だまし絵」を作った後は、児童同士で交流をし、どちらが広いだけでなく、求積方法や正確な面積を確かめ合う活動が行われた。

(7) ルーブリック

児童が作った作品は、図5-3のルーブリックによって評価された。

例えば、図5-4の子どもの作品の場合、見た目では判断できない図形が選り出されており、公式を適用させながら正確な求積が行われていたことから、いずれの観点も3と評価されていた。

	数学的な考え方	数量や図形についての技能	数量や図形についての知識・理解
3	見ただ目で判断できないような図形を選び出している。	公式を適用して、底辺や高さなどを正確にとり、同じ面積になる図形の作図をすることができる。	公式を理解し、図形の面積の確認に適用している。
2	「だまし絵」を作ること念頭に置き、いろいろな種類の図形を選び出している。	公式を適用して、同じ面積になる図形の高さや底辺、対角線などの長さを考えることができる。	公式を適用して、図形の面積が同じになっているかどうかを確認している。
1	【支援】 ノートを振り返り、三角形、平行四辺形、台形、ひし形から選ぶようにする。	【支援】 底辺の高さの関係や、上底、下底、対角線などの取り方を振り返るように声をかける。	【支援】 三角形や平行四辺形、台形、ひし形の求積公式を振り返るよう声をかける。

図5-3 ルーブリック

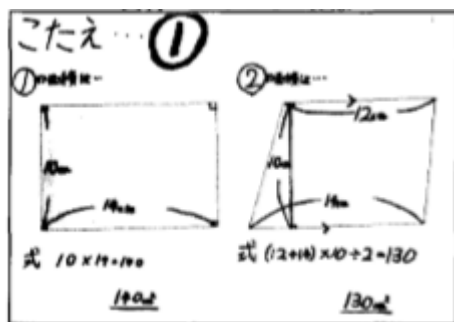


図5-4
子どもの作品

2.4 算数科におけるパフォーマンス評価の実例Ⅱ

お茶の水女子大学のプロジェクト「青少年期から成人間への移行についての追跡的研究」(JELS: Japan Education Longitudinal Study)で作成されたパフォーマンス課題は、どの学年も20分で1問の自由記述式の問題で、B4判の紙1枚のほぼ上部約 $1/3 \sim 1/4$ に問題文があり、その下のスペースに解答を書いてもらうようになっている。

解答用紙の表紙には、次のような注意を書いておき、解答を始める前に読んでもらうようにしている。

- ・このテストは、あなたがどのように考えたのか、その考え方の全体を調べるためのものです。
- ・どのように考えたのか、その考え方を式、言葉、図、絵などを使って、わかりやすく書いてください。
- ・正しい答えが出せなくても、考え方がきちんと書けていれば、点数がもらえます。しかし、答えが正しくても、考え方を書いていなければ、点数がもらえません。
- ・途中までしかわからないときでも、自分が考えたところまで書いてください。

小学校第6学年を対象としたパフォーマンス課題は次にとおりである。

子ども会でハイキングに行ったところ、ある地点でコースが二手に分かれていました。

さつきコースが全長3kmで、けやきコースが全長5kmです。どちらのコースをとってもレストランに行けます。そこで2つのグループに分かれて、レストハウスで合流することにしました。ゆう子さんのグループはさつきコースにしました。あきお君のグループはけやきコースにしました。

10時に二手に分かれて、ゆう子さんのグループがレストハウスに着いたのは11時でした。その時、あきお君たちのグループはまだ到着していませんでした。「距離が長いから当然だよ。あきお君たちが着くまでどのくらいの時間がかかるのかはかってみよう。」ということで、時間をはかっていたら、30分後にあきお君のグループがレストハウスに到着しました。ゆう子さんはあきお君に「どこかで休憩していたの?」と聞きました。あきお君は「休憩なんかしてないよ。ずっと歩いていたんだよ。」と答えました。どちらのグループも休憩したりせず、一定の速さで歩いていました。

そこで、みんなはどちらのグループのほうが速く歩いたのか知りたくなりました。

あなたはどちらが速く歩いたと思いますか。考えたこととその理由を書いてください。

パフォーマンス課題の作成にあたっては、パフォーマンス課題の要件を満たすように次のような特徴を持たせている。

- ① 思考のプロセスを表現することを要求する。
- ② 多様な表現方法（式、言葉、図、絵など）が使える。
- ③ 真実味のある現実世界の場면을扱っていて、そこから数学化するプロセスを含んでいる。
- ④ 複数の解法がとれる。

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),『わかる算数科指導法』,東洋館出版。
- ・国立教育政策研究所(2011),『評価規準の作成, 評価方法等の工夫改善のための参考資料 (小学校 算数)』,
<http://www.nier.go.jp/kaihatsu/shidousiryou.html> (2017年3月取得)
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社。
- ・田中耕治(2015),『新しい評価のあり方を拓く一目標に準拠した評価のこれまでとこれから』,株式会社日本標準, pp. 7-12。
- ・中央教育審議会(2016),「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/1380731.htm (2017年3月取得)
- ・中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会(2010),「児童生徒の学習評価の在り方について (報告)」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/004/gaiyou/attach/1292216.htm (2017年3月取得)
- ・長崎栄三・滝井章(2007),「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」,東洋館出版。
- ・中原忠男編(2000),『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』,明治図書。
- ・中原忠男(1995),「何のための算数・数学教育か〜算数・数学教育の目的」, 日本数学教育学会誌No. 77(6・7), pp. 104-107。

- ・日本数学教育学会(2011),『算数教育指導用語辞典 第四版』,教育出版.
- ・松下佳代(2014),『パフォーマンス評価ー子どもの思考と表現を評価する』, 株式会社日本標準, pp. 9-11.
- ・森敏昭・大里章裕他(2003),「教科教育における指導と評価の一体化に関する研究 ー小・中学校の実践事例を通してー」,
www.hiroshima-c.ed.jp/web/publish/ki/pdf1/kk30/3.pdf (2017年3月取得)
- ・山本はるか(2013),「小学校第5学年算数科単元『面積』におけるパフォーマンス評価:『だまし絵』作りの実践分析を通して」,
教育方法の探究No.16, pp. 49-56.

第6章

「数と計算」の指導

§ 1 「数と計算」領域のねらい及び内容の概観

平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編では、「A 数と計算」の領域のねらいを次の 3 つに整理している。

- ・整数、小数及び分数の概念を形成し、その性質について理解するとともに、数についての感覚を豊かにし、それらの数の計算の意味について理解し、計算に習熟すること（知識・技能）
- ・数の表し方の仕組みや数量の関係に着目し、計算の仕方を既習の内容を基に考えたり、統合的・発展的に考えたりすることや、数量の関係を言葉、数、式、図などを用いて簡潔に、明瞭に、又は、一般的に表現したり、それらの表現に関連付けて意味を捉えたり、式の意味を読み取ったりすること（思考力・判断力・表現力等）
- ・数や式を用いた数理的な処理のよさに気付き、数や計算を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること（学びに向かう力・人間性等）

また、この領域で働かせる数学的な見方・考え方に着目して内容を整理し、次の 4 つにまとめている。

- (1) 数の概念について理解し、その表し方や数の性質について考察すること
- (2) 計算の意味と方法について考察すること
- (3) 式に表したり式に表されている関係を考察したりすること
- (4) 数とその計算を日常生活に生かすこと

§ 2 整数と計算の指導

2.1 整数の指導

(1) 入門期の整数の指導

多くの児童は、小学校入学時には数詞を唱えることが唱えることができると思われるが、そうした児童が数を理解しているかといえ、必ずしもそうとは言い切れない。

入門期の整数の指導においては、比べる、数える等の活動を通して、次のことができるようにしていきたい。

- ① 数でもものの個数や順序を表すこと

- ② 1つの数を他の数と関連付けて捉えること
- ③ 数の表し方を理解すること

(2) 対応の考え

自然数の学習では，図6－1のように具体物やブロック等の半具体物の集まり（集合）の要素を1対1に対応させて，その大きさを比べたり，数詞や数字の学習とともに，具体物や半具体物の集まりと数詞や数字を1対1に対応させたりすることが大切である。

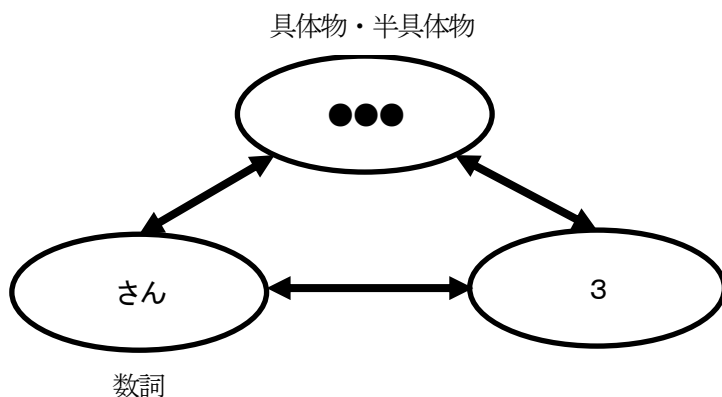


図6－1 対応

(3) 0の導入

0の意味には大きく分けて次の3つがある。

- ① 何もないことを表す
- ② 空位を表す
- ③ 数直線で，基準の位置を表す

実際の指導にあたっては，①の意味から導入されることが多い。しかし，何もないものを思い浮かべることは難しいので，図6－2のように要素が何もない集合とそうでない集合を対比させながら導入していくようにする。

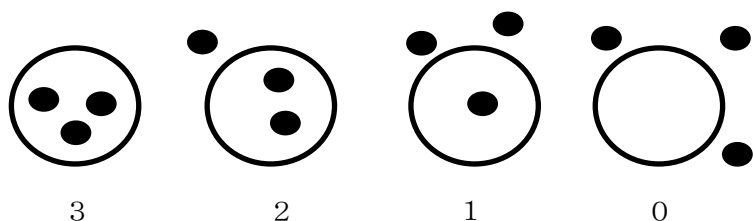


図6-2 玉入れなどのゲームを取り入れた0の導入

(4) 数の合成・分解

10までの数を学習するときに、1つの数を2数の和や差でみる見方がある。例えば、6という数について、「4と2をあわせてできた数」（合成）と捉える見方と、「2つに分けて、1つが4で、もう一つが2」（分解）と捉える見方である。

このことは、数の概念の理解を深めるとともに、それ以降の加法、減法の素地となる。

指導方法としては、具体的な操作から念頭での操作へ移行させる方法がある。

① 具体物を使って、ある数がいくつといくつになるかを調べる。

例えば、消しゴムを5個用意する。2人で分けるとき、どんな分け方があるかを考える。その際、具体物を使うため、児童は同じ数ずつ分けるという意識が強いが、1個と4個という分け方があることも知らせる。

② 半具体物を使って、ある数がどんな2数の組になっているかを調べる。

例えば、8の合成・分解を行うとき、おはじきを8個用意する。2人1組で1人がおはじきを両手に分けてもつ。片方の手のなかにあるおはじきを見せて、もう片方の手のなかにあるおはじきの数を相手に当てさせるという活動が考えられる。その際、0と8という組があることも理解させる。

③ 半具体物などで調べた数の組を数字で表す。

合成・分解の様子を数で表すときには、2通りの表し方があることを理解させる。1つは「8は5と3」である。もう1つは「5と

3で8」である。前者が分解を表し、後者が合成を表している。この2つの表し方を理解し、児童自らが表すことができるようにする。

④ 数だけで合成・分解をする。

数字カードなどを使って、数を構成する活動を行う。例えば、2人1組で9をつくる時、1人が6を出したら、もう1人は3を出さなければならないというような活動である。

9	と	1
8	と	2
7	と	3
6	と	4
5	と	5
4	と	6
3	と	7
2	と	8
1	と	9

表6-1

10の合成・分解の一覧

合成・分解の学習を通して、関数的な見方を育んでおくことも重要である。

10の合成・分解の一覧を表6-1のように順序よく並べると、児童は次のように気が付いてくる。

- ・左の数が1ずつ減っている。
- ・右の数が1ずつ増えている。
- ・5と5の上と下をみると、左と右の数が反対になっている。

このようにして、数を順序よく(きれいに)並べると、きまりが見つかるという発想を身に付けさせていきたいものである。

(5) 数直線(かずのせん)

数直線は、1列に並んだものの順番などを示すことと関連させながら、第1学年で導入される。数直線という用語自体は、第3学年で学習する。

数直線の指導にあたっては、直線上に並んだ点と数とは1対1に対応させることができることを理解できるようにする。また、ここで、0が基準の位置を表すという意味をもつことを理解させる。

(6) 20までの数

10 までの数を学習した後は、そこから 20 までの数へと範囲を広げていく。

ここでは、「10 といくつ」という見方を大切にしたい。例えば、14 本の数え棒があったとき、「10 とあと 4 なので 14」というように、10 のまとまりを意識して数えるように指導することが大切である。

児童は、「10 と 1 で 11」「10 と 2 で 12」・・・「10 と 9 で 19」までは比較的簡単に唱えることができるが、20 については「じゅうとじゅうで、じゅう・じゅう」と唱えることがあるので留意したい。

このような児童に対しては、20 は図 6-3 のようにカードを重ねてみせ、「にじゅう」と唱えることを理解させる方法もある。

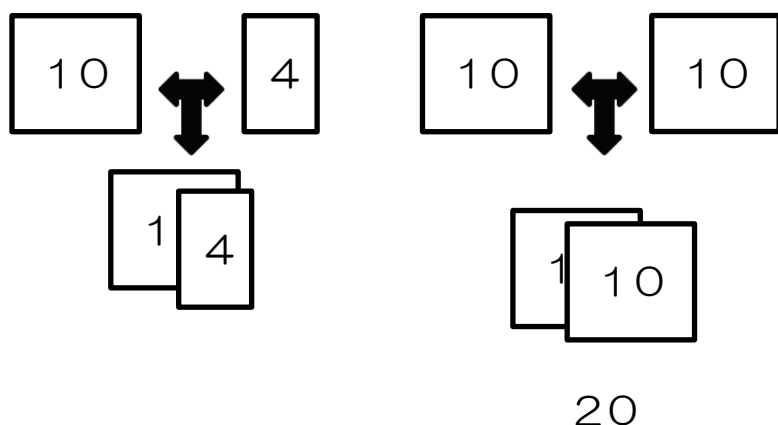


図 6-3 カードを使った 20 までの指導

「10 といくつ」という指導は、十進位取り記数法、繰り上がりのある加法、繰り下がりのある減法の素地となっていく。

(7) 十進位取り記数法

位取り記数法は、次のようなよさをもつ優れた表記法である。

- ・(十進法の場合) 0 から 9 までの数字を使って、どんな大きな整数でも表すことができる。
- ・整数の大小の比較が容易である。
- ・筆算が容易である。

一方で、数が大きくなると単位が何か分からなくなる等、児童がつま

ずく可能性が高い内容でもある。

したがって、指導にあたっては、段階的な指導が必要となる。具体的には、次のような段階が考えられる。(図6-4)

- ① 具体物を10にまとめて数える。
- ② 大きさや色によって区別のつく半具体物や記号によって表現する。
- ③ 区別のつかない半具体物によって表現する。
- ④ 単位の大きさ(位)を位置で区別して表現する。

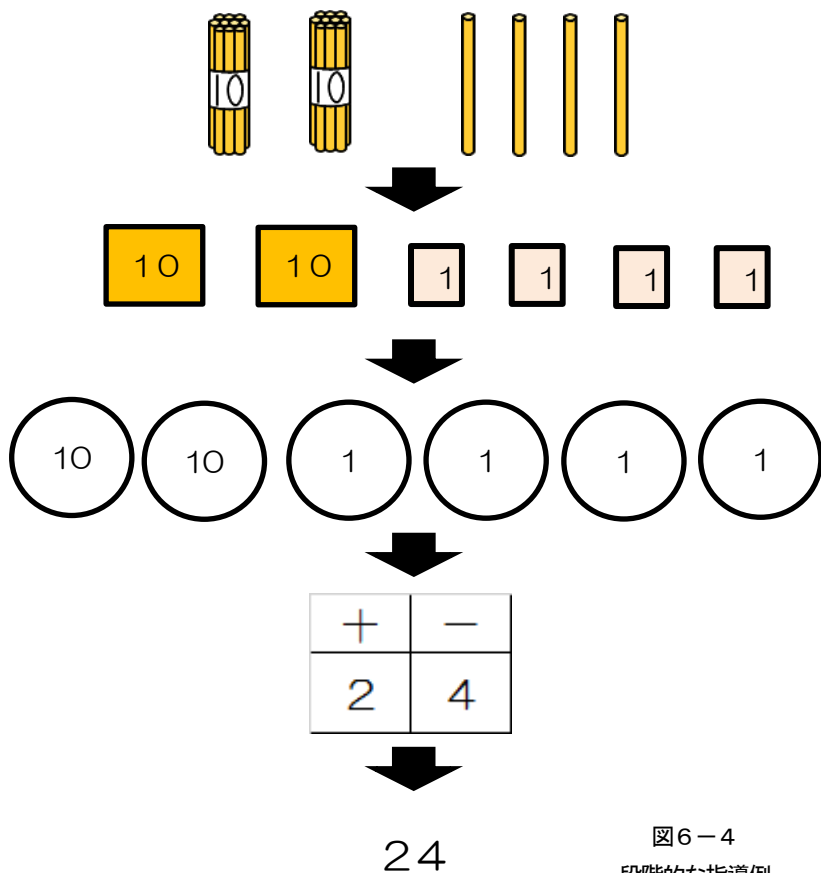


図6-4
段階的な指導例

このような学習を通して、数字が書かれた位置が重要な意味をもつと

いうことを理解できるようにする。また、ここで、0が空位を表すという意味をもつことを理解させる。

2.2 整数の四則計算の指導

「数と計算」領域のねらいについて「計算の仕方を既習の内容を基に考えたり，統合的・発展的に考えたり」と述べている。「計算の仕方を考える」と聞くと，違和感を覚える人がいるかもしれないが，計算の学習は教師が一方的に教えたり，訓練だけに終始したりするものではなく，児童が考え，見つけ出すものであることを心にとめておきたい。

(1) 加法

加法の導入場面では，「増加」と「合併」が扱われることが一般的である。

「増加」とは，はじめにある数量に，追加したり，それから増加したりしたときの大きさを求める場合をいう。具体的な問題としては「公園で子供が2人遊んでいます。そこへ，3人やってきました。みんなで何人になったでしょうか。」といった問題がこれにあたり，図に表すと，図6－5のようになる。



図6－5 増加の場面

増加が用いられる場合，「はじめ・・・でした。そこへ・・・」というように時間の経過が伴っていること（同時に存在していないこと）が，合併が用いられる場合と異なる点である。

一方，「合併」は，同時に存在する二つの数量を合わせた大きさを求める場合をいう。具体的な問題としては「公園で女の子が2人遊んでいます。男の子は3人遊んでいます。子供はみんなで何人いるのでしょうか。」といった問題がこれにあたり，図に表すと図6－6のようになる。

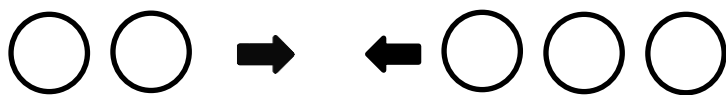


図6-6 合併の場面

合併が用いられる場合、上の問題のように時間の経過がなく、同時に存在しているところが、増加が用いられる場合と異なるところである。

その他には、次のような問題がある。特に、文章が減法の表現になっているが、加法で解決する逆思考の問題（減法逆加法）は、児童が間違えやすい問題である。

「求大」

赤い花が3本あります。黄色い花は、赤い花より2本多く咲いています。黄色い花は何本ですか。

「逆思考（減法逆加法）」

みかんが何個かあります。3個食べたので、残りは2個です。みかんははじめに何個ありましたか。

繰り上がりのある加法の計算の指導のポイントは「10をつくる」ことである。

10のつくり方の主なものとしては、「加数分解」と「被加数分解」の2通りがある。

「加数分解」は、被加数の8を見て、加数の6を2と4に分ける。8と2で10、10に残りの4をたして14と結果を求める方法である。

$$8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 14$$

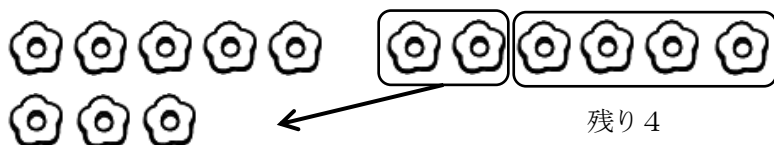
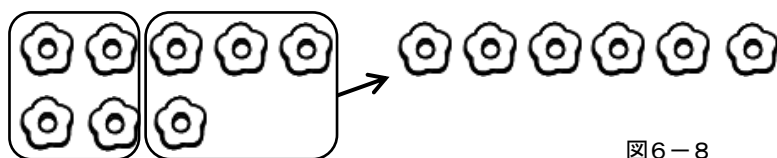


図6-7 加数分解

「被加数分解」は、加数の6を見て、被加数の8を4と4に分ける。6と4で10、10に残りの4をたして14と結果を求める方法である。

$$8 + 6 = (4 + 4) + 6 = 4 + (6 + 4) = 14$$



残り 4

図6-8
被加数分解

一般に、 $8 + 3$ のような被加数が加数より大きい場合は、加数分解が分かりやすく、 $4 + 9$ のような被加数が加数より小さい場合は、被加数分解が分かりやすい。

10の合成分解がよく身に付いていると、数の大きさに着目して児童が自由にこれらの方法を使いこなすことができる。その点では、入門期の整数の指導との関わりが大きい。

指導にあたっては、ブロックなどの操作的表現、式や図による表現を用いて、計算の仕方を考えたり、説明したりする活動を取り入れるようにする。

繰り上がりのある加法で指を使っている児童には、ブロックやおはじきなどの半具体物を与えて、計算の仕方について、操作を通して確認させるようにすることが大切である。

(2) 減法

減法の導入場面では、「求残」と「求差」が扱われることが一般的である。

「求残」とは、はじめにある数量の大きさから、取り去ったり減少したりしたときの残りの大きさを求める場合をいう。具体的な問題としては「あめが5個あります。3個食べると、残りは何個でしょうか。」といった問題がこれにあたり、図に表すと図6-9のようになる。

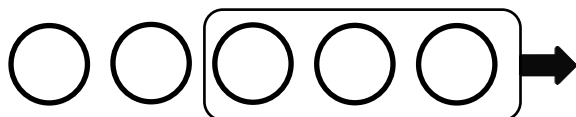


図6-9 求残の場面

「求残」が用いられる場合、「はじめ・・・でした。その後・・・」というように時間の経過が伴っていること（同時に存在していないこと）が、求差が用いられる場合と異なる点である。

一方、「求差」は、二つの数量の差を求める場合をいう。具体的な問題としては「赤い花が5本さいています。白い花が3本さいています。赤い花の方が何本多いでしょうか。」といった問題がこれにあたり、図に表すと図6-10のようになる。

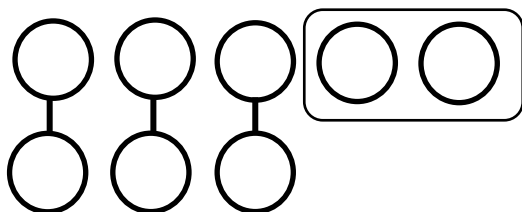


図6-10 求差の場面

「求差」が用いられる場合、上の問題のように時間の経過がなく、同時に存在しているところが、求残が用いられる場合と異なる点である。

児童にとって、求差は求残に比べて難しいと感じることが多いようである。その理由としては、ひく数がなくなったり、減ったりしないにもかかわらず、減法を用いることが挙げられる。

その他には、次のような問題がある。加法に比べ、減法の場面は立式することが難しいため、数量の関係を半具体物に置き換えて、場面を把握できるようにすることが大切である。

「求小」

赤い花が5本あります。黄色い花は、赤い花より3本少ないです。黄色い花は何本ありますか。

「逆思考（加法逆減法）」

みかんが3個あります。何個かもらったので5個になりました。何個もらったのでしょうか。

繰り下がりのある減法の計算の仕方の主なものとしては、「減加法」と「減々法」の2通りがある。

「減加法」は、まず12を10と2に分ける。そして、2を別にした

まま $10 - 8 = 2$ とひき算をする。答えの2と別にしておいた2をたして4と結果を求める方法である。

$$\begin{aligned} & 12 - 8 \\ &= (10 + 2) - 8 \\ &= (10 - 8) + 2 \\ &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

「減々法」は、まずひく数の8を、ひかれる数の12の一の位を見て、2と6に分ける。そして、 $12 - 2 = 10$ 、さらに $10 - 6 = 4$ とひき算をして結果を求める方法である。

$$\begin{aligned} & 12 - 8 \\ &= 12 - (2 + 6) \\ &= (12 - 2) - 6 \\ &= 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

減々法は、被減数によって、減数の分け方が変わってくる。このことに加え、後に学習する筆算のことを考えると、減加法の方が一般的であるといえる。

減法につまずきがみられる児童には、半具体物を使った操作を通して、10をつくることの意味を理解させていくことが大切である。

(3) 乗法

乗法の意味には、「同数累加」と「割合」がある。

「同数累加」とは、乗法が加法の簡便法であるという意味である。例えば、 3×4 という乗法は $3 + 3 + 3 + 3$ 、つまり3を4回たすことと同じ意味である。

「割合」とは、倍概念である。乗法は基準量を単位にして、そのいくつ分の大きさを表しているという意味である。例えば、 3×4 という乗法は、3を基準量(1とすると)とすると、その4つ分の大きさを表していることになる。この「4つ分」は「4倍」と同義である。

乗法の意味は「同数累加」であるという理解にとどまっている児童がみられるが、 3×2.4 のように、乗数が小数や分数になると、3を2.4

回たすということができなくなり、「同数累加」では意味づけができなくなる。

したがって、乗法の意味の指導にあたっては、あるまとまりを単位量、総数をその「いくつ分」として捉えることができるようにしておくことが重要である。

乗法九九は、その後の乗法・除法の計算を正しく効率的に行うための基礎となる。しかし、各段の九九をすべて学ぶには、相当な時間がかかる。

したがって、指導にあたっては、児童の興味・関心を高めたり、数についての感覚を豊かにしたりするための工夫が求められる。

ここでは、その事例を紹介する。

- ① 九九のカードの表を出して並べておき、「6」というと「 2×3 」や「 1×6 」などのカードをとるといったゲーム化した活動を取り入れる。
- ② 十進的な数の配置をした表に、例えば、8の段の数に色を塗り、その並び方などを観察する活動を取り入れる。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

図6-11 九九の並びを観察する活動

(4) 除法

除法の意味には、「等分除」と「包含除」の2つの場合がある。

「等分除」とは、ある数量を等分したときにできる一つ分の大きさを求める場合をいう。具体的な問題としては「12個のあめを3人に同じ数ずつ分けます。1人分は何個になるでしょうか。」といった問題がこれにあたる。

一方、「包含除」とは、ある数量がもう一方の数量のいくつ分であるかを求める場合をいう。具体的な問題としては「12個のあめを1人に3個ずつ分けます。何人に分けることができるでしょうか。」といった問題がこれにあたる。

これらの除法の違いを意識させるために、「等分除」が同じ数に分けることから「に分け」と呼び、「包含除」は同じ数ずつ分けることから「ずつ分け」と呼ぶように指導した実践が残っている。

指導にあたっては、ブロックやおはじきなどの半具体物を与えて、それぞれの場面に応じて操作する活動を取り入れ、式につなげていくようにするのが望ましい。

また、「等分除」と「包含除」のどちらを先に指導するかという議論がある。「等分除」は「割る」というイメージがもちやすく、一方、「包含除」は操作が簡単で「除く」という意味に近い。どちらを先に指導するにしても、一方の除法の意味がある程度定着してから、もう一方の除法の意味を指導するのが望ましい。

(5) あまりのある除法

除法は、本来 $a \div b = \frac{a}{b}$ とあまりのないように処理するものである

が、そのように指導するのは第5学年である。

第3学年では「 $23 \div 3 = 7$ あまり2」というように商とあまりを求めるようにする。これは、 $23 = 3 \times 7 + 2$ という整数の性質に基づくものである。また、この後の除法の筆算を学習する際に、あまりをたすことによって、割り進むことができるようになる。

児童のなかには、「 $23 \div 3 = 6$ あまり5」と答える児童がみられる。この原因としては、「除数>あまり」を意識していないためだと考えられる。このことから、指導にあたっては、あまりの大きさに着目さ

せることが大切である。

(6) 乗法の筆算

筆算の指導にあたっては、筆算の手続きを形式的に教えるのではなく、(十進)位取り記数法と乗法九九を基に筆算の方法が考えられていることを理解させるとともに、筆算の原理や筆算のよさを気付かせたい。

乗法の筆算の導入は、2位数×1位数の計算である。 16×4 の場合、児童は次のように考えることが予想される。

- ① $16 + 16 + 16 + 16$
- ② $8 \times 4 + 8 \times 4$
- ③ $9 \times 4 + 7 \times 4$
- ④ $10 \times 4 + 6 \times 4$

①は、乗法の意味である同数累加を用いた考えである。②から④は、被乗数を2つの数の和にして、分配法則を用いた考えである。

ここで、②から④の考えのうち、どの方法が簡単で間違えることがないか、児童に検討させる。そうすると、児童は十進位取り記数法の原理から、④の考えが簡単で間違えることが少ないことに気付くであろう。

この④の方法を用いて、図6-12のように筆算形式に導いていく。

	1	6								1	6	
×		4								×		4
	2	4	...	6	×	4					6	4
	4	0	...	10	×	4						
	6	4										

図6-12 筆算形式の導入

筆算のよさの1つは、 16×4 の場合のように、十の位に繰り上がるときに、それをかいておくことで、間違えずに計算することができることである。

乗法の筆算形式がさらに有効に働くのは、乗数が2位数になったときである。

例えば、 13×24 の場合、この計算を暗算で行うことは難しい。しかし、筆算を用いると、乗法九九が確実にできれば答えを正確に求めることができる。

その方法は図6-13のように、 13×24 を1つ1つの計算に分け、部分積を求める。それらを加えることで全体の積を求めるというものである。

	1	3									1	3
×	2	4								×	2	4
	1	2	…	3	×	4					5	2
	4	0	…	10	×	4					2	6
	6	0	…	3	×	20					0	
2	0	0	…	10	×	20						
3	1	2								3	1	2

図6-13 2位数×2位数の筆算

このようにして、どんな数でも同じ形式で計算することができるという筆算のよさに気付かせていきたい。

(7) 除法の筆算

除法の筆算の指導にあたっても、「たてる→かける→ひく→おろす」という筆算の手続きを形式的に教えるのではなく、除法の意味と筆算形式との関わりについて、操作を通して理解させることが重要である。

除法の筆算の導入においては、 $52 \div 4$ を扱った場合、児童は図6-14のように考えることが予想される。

①の考えは、既習の乗法九九を用いた考えである。この考えは、包含除の意味から、52に4がいくつ入っているかを考えている。乗法九九のなかで、最も大きい9をたてて、 $52 - 36 = 16$ とし、次に $16 \div 4 = 4$

をしている。そして、9と4をたして13としている。

②の考えは、①の考えをよりよくしている。②の考えでは、見積り
の仕方をより正確にし、同時に計算の手続きも簡単になっている。

一般には、②の考えで商を十の位と一の位に分け、その後にあたすとい
う筆算の仕方にまとめている。

指導にあたっては、②の考えだけを扱うのではなく、①の考えを扱
い、この考えを簡単で間違えることが少ない計算の仕方はないかを児童
に検討させたいものである。

①		4	}	13		②		3	}	13
		9						1	0	
4)	5	2			4)	5	2	
		3	6					4	0	
		1	6					1	2	
		1	6					1	2	
			0						0	

図6-14 除法の筆算形式の導入

除法は、加法、減法、乗法と比べて、児童にとっては難しさを感じる
計算だと言われている。

その理由として、加法、減法、乗法はいずれも計算の対象となる数が
みえるのに対して、除法の場合は対象となる数がみえないことが挙げら
れる。例えば、 $12+32$ 、 $52-31$ 、 15×8 は、いずれも2つの数を操作
すれば答えを求めることができるが、 $52 \div 4$ は、 $4 \times \square = 52$ のように
計算の対象となる数がみえないのである。

別の理由としては、加法、減法、乗法は答えを求めるまでに1つの計
算を用いればよいが、除法は答えを求めるまでに、乗法と減法の2つの
計算を用いなければならないことが挙げられる。

こうした児童にとっての難しさを教師は十分に理解して、指導にあた

る必要がある。

また、除法の筆算の学習において、1位数でわる除法でつまづく児童は比較的少ないが、2位数でわる除法でつまづく児童は少なくない。

その原因としては、仮商修正を行うことの難しさがある。

仮商とは、除法を行うときに、はじめに見当をつけることである。それが大きすぎたり、小さすぎたりしたときに、この仮商を修正することを仮商修正という。

仮商をたてる方法としては、次のような方法がある。 $56 \div 18$ を例に考えてみる。

- ① 被除数、除数を切り捨てる。(十の位の商を $50 \div 10$ として見積もる)
- ② 除数のみ四捨五入する。(十の位の商を $56 \div 20$ として見積もる)
- ③ 被除数、除数を四捨五入する。(十の位の商を $60 \div 20$ として見積もる)

①の方法では、1ずつ小さくするという分かりやすさはあるが、問題によっては、修正の幅が大きくなる可能性がある。②、③の方法では、四捨五入することによって、仮商も大きくなり、小さくなりするという手続きがあるが、修正の幅は小さくなり、正確に求めることができる。いずれの方法も児童の実態に応じて指導することが望ましい。

(8) 概数

見積りめの指導は、第4学年の概数や概算の指導に限定されたものではなく、低学年から適宜指導することが重要である。例えば、第1学年の $8 + 6$ が10以上になるという数についての感覚は豊かにしていきたいものである。

第4学年では、切り捨て、切り上げ、四捨五入といった概数の求め方、以上、以下、未満の用語を指導することとなっているが、その際、「□の位までの概数」「○けたの概数」などの指示に戸惑う児童が多くみられる。例えば、0.404を2桁の概数で表す場合、はじめの0は桁数にならないため、0.40と表す。

したがって、場面に応じた指導が必要となる。また、概数を用いるときは、その目的を明確にしなが、概数の用い方を理解できるようにすることが大切である。

§ 3 小数と計算の指導

3.1 小数の意味

小数は、整数の場合のように、一から十、十から百、百から千と10倍するごとに新しい単位をつくる考えを、逆に1より小さい数に拡張して単位を10等分ずつ分割して新しい単位をつくりあげていくところに特徴がある。

したがって、児童には理解しやすく、これまで学習してきた整数の十進位取り記数法の考えを「1より小さい数」に拡張して用いようとする。

小数の導入場面では、第2学年で水のかさを学習していることから、水のかさを素材として扱うのが一般的である。

児童は、1L（リットル）の下に、その $\frac{1}{10}$ を1dL（デシリットル）とすることは、既習の内容である。したがって、教師は、図6-15のように、1dLの端数が生じるような場面をつくり、児童がその $\frac{1}{10}$ を考え、小数を学ぶきっかけとする。

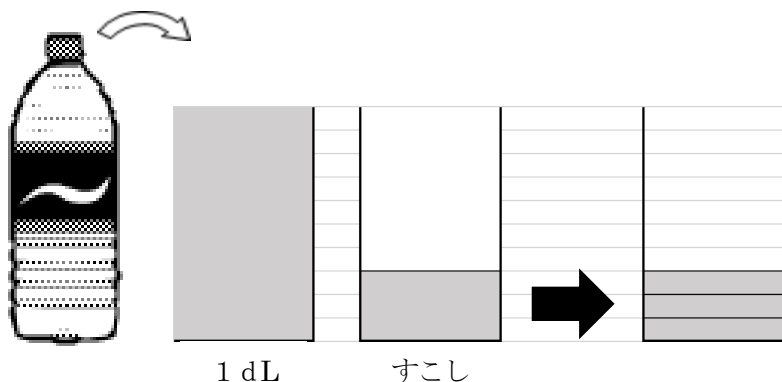


図6-15 小数の導入場面

2dLに満たない水の量をはっきりさせるため、1dLの容器をさらに10等分して、もっと小さい目盛りをつけると、この目盛りが3つ分

になっていることが分かる。

この10等分した目盛りの1つ分を「0.1（れい点いち）」と表し、0.1 dLをかくことを教える。また、すこしの水の量は0.3 dLと表すことを教える。

また、小数は整数と同じように、10に分けて下の単位をつくったことから、図6-16のように位取り盤に位置付けておくことが大切である。

			1	3
				●
千 の 位	百 の 位	十 の 位	一 の 位	$\frac{1}{10}$ の 位

図6-16 位取り盤

その際、位取り盤に位置付けられた小数の位は「 $\frac{1}{10}$ の位」と呼ぶこと、また、「小数第一位」と呼ぶことがあることも指導しておく。

3.2 小数の四則計算の指導

(1) 小数の加法・減法

2.1で述べたとおり、小数が整数と同じように十進数の仕組みをもつことから、整数の計算に帰着して計算することができる。

小数の計算の導入場面では、次のような問題が扱われる。

問題

なお子さんの家では、牛にゆうを朝0.4L，昼0.5L飲みました。
合わせて何L飲んだのでしょうか。

この場合、児童から2つの考えがだされることが予想される。

① $0.4\text{L}=4\text{ dL}$, $0.5\text{L}=5\text{ dL}$

$4+5=9$

$9\text{ dL}=0.9\text{L}$

② $0.4+0.5$ において、 0.4 は 0.1 の4つ分、 0.5 は 0.1 の5つ分

$4+5=9$

0.1 が9つ分で 0.9 よって 0.9L

①の考えは、小数をそのまま計算せず、単位をdLに揃えて計算しようという考えである。

②の考えは、 0.1 をもとにして、整数と同じように計算しようという考えである。

いずれの考えも「単位を揃える(同じにする)」ことによって、整数と同じように計算するというものである。この考えは、これまでの整数の計算を統合的に捉え直すとともに、この後の分数の計算、文字計算などを見通す重要な考えである。

小数の減法についても、同様である。

なお、 $6+3.5$ 、 $3-1.2$ 、 $7.3+0.7$ といった計算につまずく児童がみられるので、そのことを踏まえて指導にあたるようにしたい。

(2) 小数の乗法

【計算の意味】

小数×整数については、同数累加、整数倍の概念で意味づけることができる。例えば、 0.4×3 の場合、「 $0.4+0.4+0.4$ 」, 「 0.4 は 0.1 が4個、その3倍だから、 0.1 が(4×3)個」と考えることができる。

①				②				③			
	2	.	3		2	.	5		0	.	2 4
×			4	×			4	×			4
<hr/>											
	7	.	2		1	.	0		0	.	9 6
							とる		補う		

図6-16 小数×整数の筆算

筆算の計算を行う際、①のように小数点をつける、②のように0をとる、③のように0を補うといったことを行うことになるが、それらについて、形式的に教えるのではなく、小数点をつけたり、0をとったり、補ったりする理由を考えさせることが大切である。

整数×小数、小数×小数の場合には、同数累加、整数倍の概念で意味づけることが困難になる。

そこで、乗法の意味を拡張して捉えることができるようにしていかななくてはならない。

乗法の意味を拡張する指導方法を、次の問題を例に述べてみる。

問題

このリボンの値段は、1 mあたり 80 円です。2.4 mでは何円になるでしょうか。

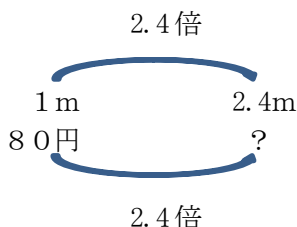
① 公式やことばの式を用いる方法

2.4 mについて考える前に、2 m、3 mについて考えさせると、 $80 \times 2 = 160$ 、 $80 \times 3 = 240$ となり、(1 mあたりの値段) \times (長さ) = (代金) という、ことばの式が導かれる。この式に、リボンの長さ 2.4 mをあてはめて代金を求めることができると意味づける。

② 割合の考え(比例の考え)を用いる方法

この方法は、「一方の量が p 倍になれば、他方の量も p 倍になる」という比例関係に基づいて、「基準にする大きさを B としたとき、この B に対する割合が p であるような A を求める操作」が、乗法 $B \times p$ であるという意味づける。

具体的には、代金も長さと同数倍になるという考えに基づいて、2.4 mは1 mの2.4倍だから、代金も2.4倍になると考え、 80×2.4 で求めることができるとする方法である。



①の方法は、具体的な量と結びついており、児童にも比較的分かりやすいものであるが、乗法をより広く活用できるようにするため、その意味を拡張するには、乗法の意味を「割合の考え」で捉え直す必要がある。

しかし、このことは算数の重要な転換点の1つであるが、多くの児童が理解することが難しさを感じるものがある。そこで、指導にあたっては、図や数直線を使って理解を図る必要がある。

③ 図や数直線を使う方法

この方法は、数量の比例関係を長さの比例関係と捉えて、図や数直線上の点の位置関係で表し、数量の演算関係を捉えさせようとするものである。

例えば、図6-17のようになる。

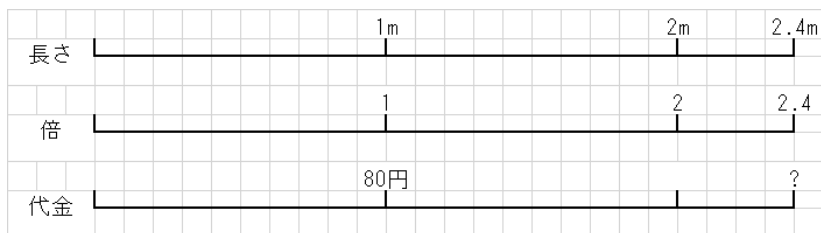


図6-17 数直線を使う方法（×小数）

このほかにも、長方形や正方形の公式にあてはめて、意味づける方法がある。

【計算の仕方】

整数×小数，小数×小数の計算の仕方は、主に2つの方法がある。

① 2.4を0.1の24倍とみる方法

0.1mの値段は、80円の $\frac{1}{10}$ で、2.4mは0.1mの24倍だから

$$80 \times 2.4 = (80 \div 10) \times 24$$

② 2.4を24の $\frac{1}{10}$ とみる方法

2.4mは24mの $\frac{1}{10}$ だから

$$80 \times 2.4 = (80 \times 24) \div 10$$

筆算の計算を行う場合は、②の方法に基づいて、図6-18のようになる。

		8	0				8	0	
	×	2	.	4			×	2	4
1	9	2	.	0	10で割る	1	9	2	0

図6-18 ×小数の筆算

(3) 小数の除法

【計算の意味】

整数の除法には、大きく包含除と等分除の2つの意味があるが、除数が小数になることによって、これらの意味を拡張して捉えることができるようにしていかななくてはならない。

包含除については、(割合にあたる大きさ) ÷ (基準とする大きさ) となり、「いくつ分を求めること」から「割合を求めること」に拡張していく。例えば、「6Lのミルクがあります。0.3L 入るコップに分けると、何杯になるでしょうか」という問題の場合、 $6 \div 0.3$ で求められると考えることができるようにする。このことは、整数と同じように、同数累減や求倍と考えることができ、児童にとっては比較的容易に理解できる。

一方、等分除については、(割合にあたる大きさ) ÷ (割合) となる。例えば、「3.5mの値段が140 円のリボンがあります。1 mの値段はいくらになりますか」という問題の場合、 $140 \div 3.5$ で求められると考えることができるようにする。

このことは、「1つ分を求めること」から「基準とする大きさ大きさを求めること」に拡張していくことになる。つまり、「分ける数」を「割合」と捉え、「量を均等に分ける」という具体的な操作の意味を捨象して、除法を「1にあたる大きさを求めること」と抽象化していくことになる。こうした拡張は、多くの児童にとって、難しさを感じるものであるが、演算を具体的な操作の文脈から切り離して、その機能と形式性に着目していくという新しい段階の数学的な思考に入っていくものであり、児童に乗り越えさせなければならない重要な転換点の1つであ

る。

その指導方法を、次の問題を例に述べてみる。

問題

1.6Lの値段が320円のジュースがあります。1L分の値段を求めましょう。

① 公式やことばの式を用いる方法

1.6Lについて考える前に、2L、4Lについて考えさせると、 $320 \div 2 = 160$ 、 $320 \div 4 = 80$ となり、(ジュースの値段) \times (ジュースの量) = (1Lの値段) という、ことばの式が導かれる。この式に、ジュースの量1.6Lをあてはめて1Lの値段を求めることができると意味づける。

② 乗法の逆演算として考える方法

1Lの値段を□円として、乗法の式は $\square \times 1.6 = 320$ を導いた後、その逆演算として、 $320 \div 1.6 = \square$ と意味づける。

③ 図や数直線を使う方法

この方法は、乗法と同じように図や数直線上の点の位置関係で表し、数量の演算関係を捉えさせようとするものである。

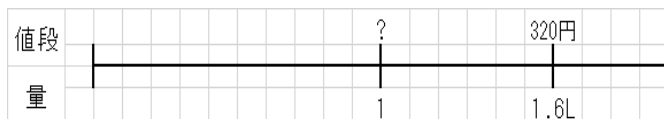


図6-19 数直線を使う方法(÷小数)

【計算の仕方】

整数÷小数、小数÷小数の計算の仕方は、次のような方法がある。

① 1.6を16の $\frac{1}{10}$ とみて、割合は10倍と考える方法

1.6を16の $\frac{1}{10}$ とみて、16で割ると、商は $\frac{1}{10}$ となるので、それを10倍すると考える。

$$320 \div 1.6 = 320 \div 16 \times 10$$

② 除数、被除数ともに、0.1を単位と考えて、ともに10倍する方法

除数、被除数ともに、0.1を単位として考えると、 $320 = 320 \times 10$

個， $1.6=16\times 10$ 個となるので，整数の包含除 $320\div 16=20$ に帰着して計算することができる。

$$320\div 1.6=(320\times 10)\div (1.6\times 10)$$

この指導方法は，問題に応じて L を dL，m を cm に換算するなど，単位の換算に対応させて理解させることもできるが，量を捨象して「除数，被除数ともに，10 倍，100 倍，・・・しても商は変わらない」ということを，除法の形式的な性質として理解させることが大切である。

筆算の計算を行う場合は，②の方法に基づいて，図 6-20 のように，小数点を同じ桁数だけ右に移動させ，除数を整数に直すことで行う。

			5
1	7	8	5
		8	5
			0

図 6-20 ÷ 小数の筆算

§ 4 分数と計算の指導

4.1 分数の意味

分数は，第 2 学年で簡単な分数を学習していることが前提となつて，第 3 学年で扱われる。

分数の導入場面では，あるもの全体を 1 としたときの「はしたの部分」の大きさを考えていく。

例えば，図 6-21 のように，A を全体とみると，B，C はそれぞれ次のように表される。

B A を 2 つに分けた 1 つ分，A の 2 分の 1，A の $\frac{1}{2}$

C A を 4 つに分けた 1 つ分，A の 4 分の 1，A の $\frac{1}{4}$

また，図 6-22 のような場合，5 つに分けた 3 つ分，5 分の 3， $\frac{3}{5}$

と表される.

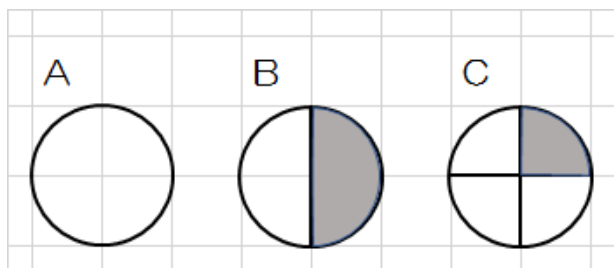


図6-21 分数

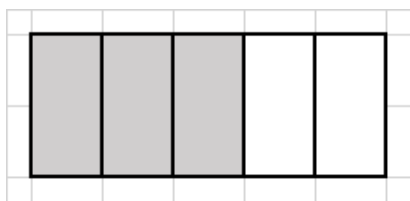


図6-22 分数

このように、ある1つのものはしたの部分は、「分割」と「合わせる」という2つの具体的な操作によって表される。

① 分割された結果に着目すると

分母 「等分された部分の個数」を表す

分子 「はしたの大きさに相当する部分の個数」を表す

② 具体物に対する操作に着目すると

分母 「いくつに等分するか」を表す

分子 「等分された部分をいくつ合わせるか」を表す

導入場面で提示する図は、円がよいか、長方形がよいかということが議論になるが、円、長方形それぞれに長所と短所がある。

円の場合、図6-23 をみると中心角の大きさから、 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{4}$ とイメージすることができるが、長方形では、その大きさがイメージしにくい。

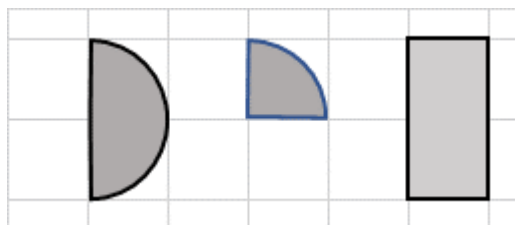


図6-23
円と長方形

長方形の場合、図6-24のように、1を超えた分数の場合に、つなげて表すことができるが、円では、それは難しい。ただし、第3学年の場合は1を超えることはないため、特に問題はない。

指導にあたっては、系統性も踏まえ、それぞれの長所を生かして提示するようにしたい。

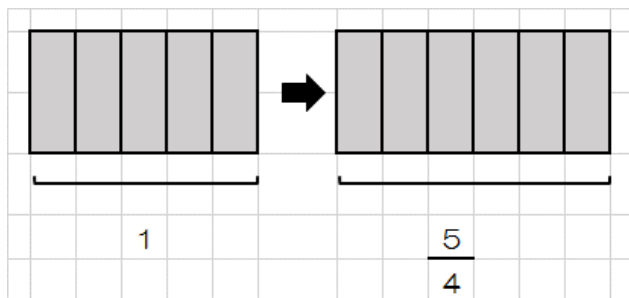


図6-24
円と長方形

導入場面では、「分割分数」を扱うのが一般的であるが、分割分数の基にする大きさを、1mや1Lのような単位量に統一することによって、2つの分数の大小比較や和・差の計算が可能となる。こうした意味においては、数としての分数の学習は、量分数の導入によって始まるといえる。

「量分数」の導入場面では、図6-25のように、はしたの部分の大きさの表し方を考える場面が多い。

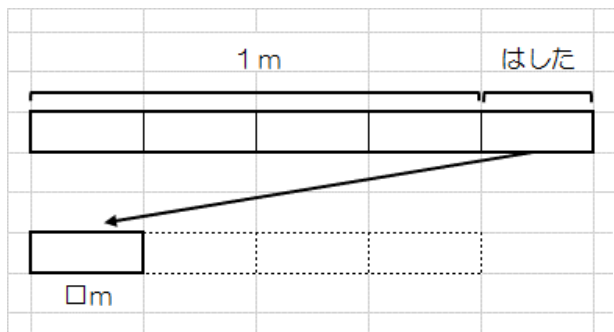


図6-25
量分数の導入

この場合、はしたの部分を4個つなぐと1mになることから、はしたの部分の大きさを $\frac{1}{4} \text{ m}$ と単位をつけた分数、すなわち「量分数」で表すことができる。

この後の学習において、基にする量をかさ、重さ、面積、体積などの単位量として分数で表す活動を通して、単位1に対する数としての分数の意味の理解を深めていくようにする。

また、数直線に分数を位置づける活動を行うことも重要である。

分数を数直線上の位置に表す活動は、他の分数との大小関係を把握しやすくなること、また、数直線上に整数や小数も位置づけることによって、分数と整数、分数と小数の関係も理解しやすくなることなど、数としての分数の意味の理解を深めていくことに有効である。

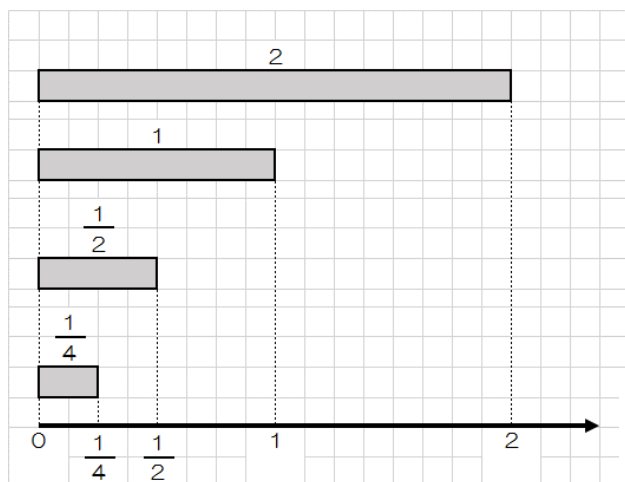


図6-26
数直線の利用

4.2 分数の四則計算の指導

(1) 分数の加法・減法

同分母の分数の計算の仕方は、例えば、 $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}$ の場合、次のように考えて計算することができる。 $\frac{1}{5}$ は $\frac{1}{5}$ が1つ分、 $\frac{2}{5}$ は $\frac{1}{5}$ が2つ分だから、 $1 + 2 = 3$ で、答えは $\frac{3}{5}$ が3つ分となると考える。

この考えは、整数の加法・減法、小数の加法・減法で0.1を単位として考える計算の仕方と同じである。このような場面においては、既習の内容を振り返ることによって、共通性を見だし、統合していくような

考えを育てていきたいものである。

異分母の分数の計算の仕方は、分母を揃える（通分する）ことによって、同分母の分数の加法・減法に帰着して計算することができる。分母を揃える（通分する）ため、大きさは同じだが形は違う分数（同値分数）の考えが必要となる。

例えば、 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ の場合、図6-27 のようになる。

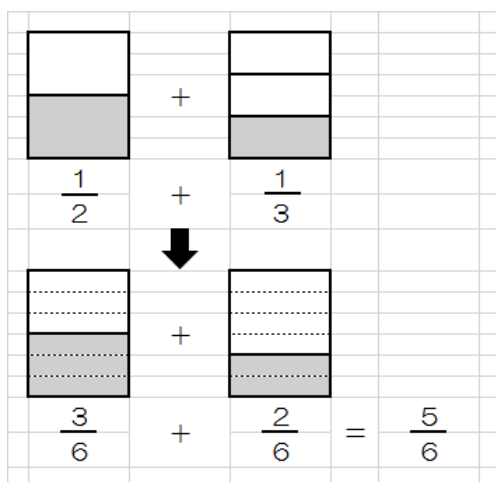


図6-27
異分母の分数の計算

(2) 分数の乗法

【計算の意味】

分数×整数については、整数×整数、小数×整数と同じように、同数累加、整数倍の概念で意味づけることができる。計算の仕方について

も、同様である。例えば、 $\frac{2}{5} \times 3$ の場合、 $\frac{2}{5}$ は $\frac{1}{5}$ が2個、その3倍

を求めるのだから、2個の3倍は6個となり、答えは $\frac{6}{5}$ が3つ分とな

る。しかし、分数×分数、整数×分数の場合には、同数累加、整数倍の概念で意味づけることが困難になる。

そこで、乗法の意味を拡張して捉えることができるようにしていかななくてはならない。

乗法の意味を拡張する指導方法を、次の問題を例に述べてみる。

問題

へいに緑のペンキをぬります。このペンキは1 dL 当たり $\frac{4}{5}$ m²ぬれます。このペンキ $\frac{2}{3}$ dL では、何m²ぬれるでしょうか。

① ことばの式を用いる方法

$\frac{2}{3}$ dL について考える前に、2 dL、3 dL について考えさせると、 $\frac{4}{5}$ $\times 2 = \frac{8}{5}$ ， $\frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5}$ となり、(1 dL でぬれる面積) \times (ペンキの量) = (ぬれる面積) という、ことばの式が導かれる。この式に、ペンキの量 $\frac{2}{3}$ dL をあてはめて、ぬれる面積を求めることができると意味づける。

② 数直線を使う方法

1 dL で $\frac{4}{5}$ m²，2 dL はその2倍で $\frac{4}{5} \times 2$ ，3 dL はその3倍で $\frac{4}{5} \times 3$ となる。このことを数直線に表すと、図の6-28 のようになり、 $\frac{2}{3}$ dL に対応する面積は、 $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ となると意味づける。

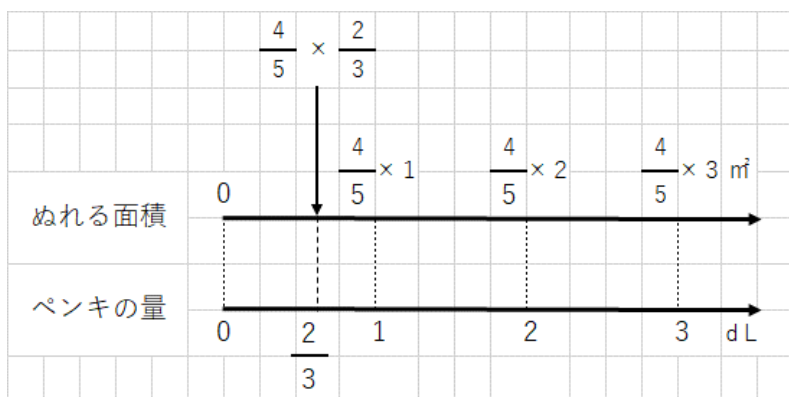


図6-28 数直線を使う方法 (÷分数)

(3) 分数の除法

【計算の意味】

整数の除法，小数の除法には，大きく包含除と等分除の2つの意味があったが，分数で割る場合，包含除で意味づけることは可能であるが，等分除で意味づけることはできない。

包含除として意味づける方法として，次のような問題を例に考えてみる。

問題

4 mのテープを $\frac{2}{3}$ m ずつに切ると，テープはいくつ分とれるでしょうか。

この場合，整数の包含除と同じように，4 mから $\frac{2}{3}$ mが何回とれるか（同数累減）という包含除として意味づけることができる。

ただし， $4 \div \frac{3}{5}$ の場合や，除数が被除数よりも大きい場合には，あまりがでるため，分数の計算としてふさわしくないといえる。

そこで，一般的には，次の問題のように，等分除の意味を「単位量当たりの大きさ（1当たりの計算）を求める計算」へ意味を拡張して，導入することが多い。

問題

$\frac{3}{4}$ L が 270 円のとう油 1L の値段は何円になるでしょうか。

この場合，整数の除法のように， $\frac{3}{4}$ に等分することはできないため，2Lのとき，3Lのときのように，整数について考えさせ，（とう油の値段） \div （とう油の量）＝（1L当たりのとう油の値段）ということばの式を導き，この式に $\frac{3}{4}$ L をあてはめて，1L当たりのとう油の値

段は、 $270 \div \frac{3}{4}$ で求めることができると意味づける。

(4) 分数の乗法・除法の計算の仕方

分数の乗法・除法の計算の仕方は、最終的には図6-29のように形式化される。

乗法					除法				
$\frac{\square}{\bigcirc}$	\times	Δ	$=$	$\frac{\square \times \Delta}{\bigcirc}$	$\frac{\square}{\bigcirc}$	\div	Δ	$=$	$\frac{\square}{\bigcirc \times \Delta}$
\bigcirc	\times	$\frac{\square}{\Delta}$	$=$	$\frac{\bigcirc \times \square}{\Delta}$	\bigcirc	\div	$\frac{\square}{\Delta}$	$=$	$\frac{\bigcirc \times \Delta}{\square}$
$\frac{\square}{\bigcirc}$	\times	$\frac{\diamond}{\Delta}$	$=$	$\frac{\square \times \diamond}{\bigcirc \times \Delta}$	$\frac{\square}{\bigcirc}$	\div	$\frac{\diamond}{\Delta}$	$=$	$\frac{\square \times \Delta}{\bigcirc \times \diamond}$

図6-29 分数の乗法・除法の計算形式

ここで問題となるのは、「どうして分数のわり算はひっくり返してかけるのか」に代表されるように、これらの計算形式の正しさをどのようにして理解させるのかということである。

この場合、2つの方法が考えられる。

1つは、問題場面のなかで線分図や面積図をよりどころとして計算結果を求め、いくつかの事例から帰納的に計算方法を発見させる方法である。

もう1つは、分数の意味や既習の計算法則（計算のきまり）を基にして演繹的に計算方法を導く方法である。

これらについて、先の問題を例に述べてみる。（図6-30, 31, 32）

①は、数直線を使った方法である。

まず $\frac{1}{3}$ dL でぬれる面積を求めるため、 $\frac{4}{5}$ m² を3でわる。 $\frac{2}{3}$ dL でぬれる面積を求めるためには、それを2倍する。

$$\frac{4}{5} \div 3 \times 2 = \frac{4}{5 \times 3} \times 2 = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$

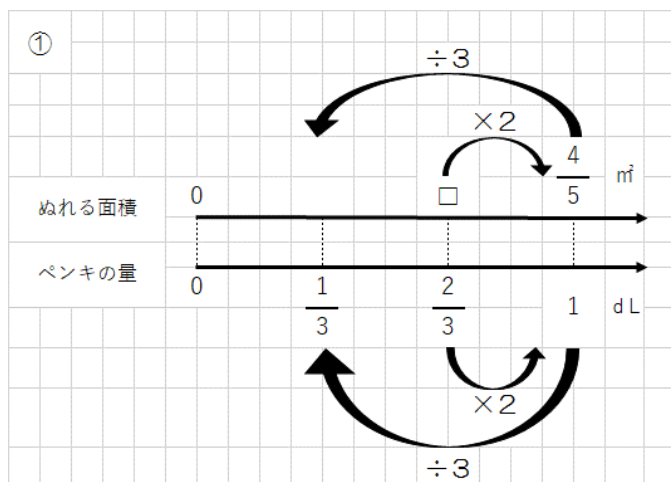


図6-29 分数の乗法の計算の仕方（数直線）

②は、面積図を使った方法である。

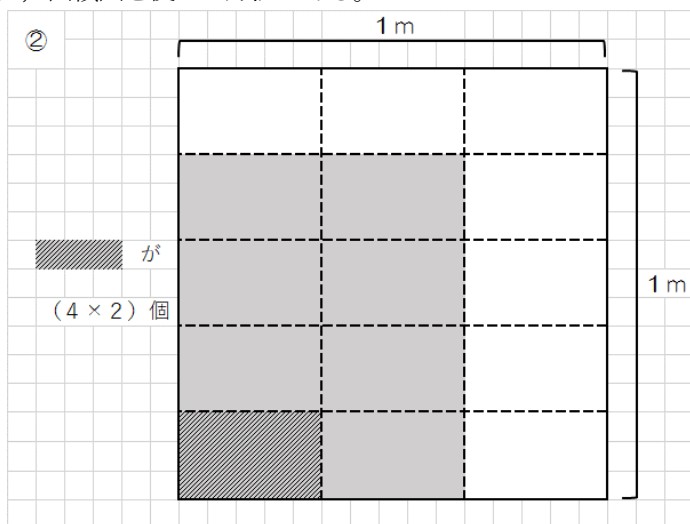


図6-29 分数の乗法の計算の仕方（面積図）

1 dL でぬれる面積が $\frac{4}{5}$ m² であることから、1 m² の正方形の縦を 5 等分する。 $\frac{2}{3}$ dL でぬれる面積を求めるため、正方形の横を 3 等分する。

求める面積は、色のついている部分の面積で、それは斜線の部分 $\frac{1}{5 \times 3}$ m² の (4 × 2) 個分となる。

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3}$$

①、②については、先にも述べたとおり、問題場面のなかでの考えであるため、他のいくつかの事例も考えることが必要となる。

③は、既習の分数の意味や計算法則（計算のきまり）用いた方法である。

③

$$\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \div 3 \times 2 \quad \cdots \quad \text{操作分数の考え}$$

$$= \frac{4}{5 \times 3} \times 2 \quad \cdots \quad (\text{分数} \div \text{整数}) \text{ の計算法則}$$

$$= \frac{4 \times 2}{5 \times 3} \quad \cdots \quad (\text{分数} \times \text{整数}) \text{ の計算法則}$$

③の方法は、①、②の方法に比べると、児童の思考が抽象的、形式的になりやすいが、児童に筋道を立てて考えるなどの数学的な考えを育てていくためには、こうした方法も取り入れていく必要があるであろう。

最後に、分数 ÷ 分数の計算の仕方を③の方法で述べて、本章を終わりとする。

除法は、被除数、除数ともに同じ数の値をかけても、商は変わらないという除法の計算法則から、被除数、除数に $\frac{3}{4}$ の逆数である $\frac{4}{3}$ をかける。

$$\begin{aligned}
\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} &= \left(\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \right) \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} \right) \\
&= \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \div 1 \\
&= \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \\
&= \frac{2 \times 4}{5 \times 3}
\end{aligned}$$

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),『わかる算数科指導法』,東洋館出版.
- ・片桐重男(1995),『数学的な考え方を育てるねらいと評価』,明治図書.
- ・学校図書(2011),『小学校算数3年～6年』.
- ・啓林館(2011),『わくわく算数3年～6年』.
- ・算数教育研究会(2010),『新訂 算数教育の理論と実際』,聖文社.
- ・算数科授業研究の会(2010),『算数科教育の基礎・基本』,明治図書.
- ・坪田耕三(2014),『算数科授業づくりの基礎・基本』,東洋館出版.
- ・長崎栄三・滝井章(2007),『算数の力 数学的な考え方を乗り越えて』,東洋館出版.
- ・中原忠男編著(2011),『新たな学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』,ミネルヴァ書房.
- ・中原忠男編(2000),『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』,明治図書.
- ・文部科学省(2008),小学校学習指導要領解説算数編.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)

第7章

「図形」の指導

§ 1 「図形」領域のねらい及び内容の概観

平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編では、「B 図形」の領域のねらいを次の 3 つに整理している。

- ・ 基本的な図形や空間の概念について理解し、図形についての豊かな感覚を育てるとともに、図形を構成したり、図形の面積や体積を求めたりすること
- ・ 図形を構成する要素とその関係、図形間の関係に着目して、図形の性質、図形の構成の仕方、図形の計量について考察すること。図形の学習を通して、筋道立てた考察の仕方を知り、筋道を立てて説明すること
- ・ 図形の機能的な特徴のよさや図形の美しさに気付き、図形の性質を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること

また、この領域で働かせる数学的な見方・考え方に着目して内容を整理し、次の 4 つにまとめることができる。

- (1) 図形の概念について理解し、その性質について考察すること
- (2) 図形の構成の仕方について考察すること
- (3) 図形の計量の仕方について考察すること
- (4) 図形の性質を日常生活に生かすこと

§ 2 図形指導に関する基礎知識

2.1 図形指導のねらい

算数科における図形指導の主なねらいは、次のとおりである。

- ・ 観察や構成などの活動を通して、平面図形と立体図形の概念や性質について理解する。
- ・ ものの形を認めたり、形の特徴を捉えたり、性質を見いだしたりするといった図形についての感覚を豊かにする。
- ・ 図形の性質を見いだしたり、説明したりする活動を通して、数学的に考える力や表現力を育成する。

図形指導は、図形の概念を形成することだけでなく、図形についての感覚を豊かにしたり、数学的に考える力や表現する力を育成したりすることも求められている。

2.2 図形に関する用語と定義・図形の性質

(1) 図形に関する用語

小学校第1学年では、「さんかく」「しかく」「まる」などの言葉を用いて学習を進めていく。これらの言葉は、私達が日常生活のなかで、ボールや月などの形を直観的に捉えて「まるい」というように形容詞的に用いる日常用語である。これらの用語は、定義なしに用いられる。

小学校第2学年からは、図形の構成要素に着目して、それらの関係から図形を捉え、「三角形」「四角形」などの数学用語を導入し、学習を進めていく。

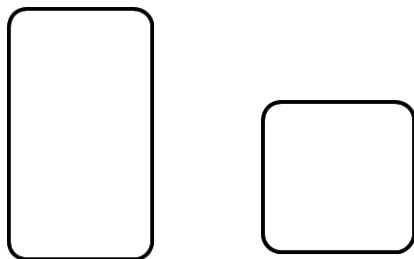


図7-1 しかく

したがって、図7-1のような「かど」がまるくなっている「しかく」を「四角形」とは呼ばせないようにし、数学用語を適切に用いることができるようにしていく。

(2) 定義と性質

定義とは、その用語（図形概念）の意味を明らかにするための命題である。または、数学上の用語の意味を規定する文章・式のことである。定義は通常「PならばQ」という形で述べられ、「PならばQ、かつ、QならばP」という意味を示している。

しかし、算数科においては、児童の発達段階を考慮し、紙を折ったりした結果によって、あるいは具体的なものを例えにして、その意味を与える「操作的定義」が用いられる。

その一例を表7-1に挙げてみる。

概念・用語	定義
直線	まっすぐな線
三（四）角形	3（4）本の直線でかこまれた形
長方形	ぜんぶのかどが直角である四角形
正方形	かどが全部直角で、辺の長さがみな同じ四角形
垂直である	2つの直線が交わってできる角が直角である
平行である	2つの直線が1つの直線に垂直である
合同	図形が重なりあうこと

表7－1 算数科にみられる操作的定義の例

留意すべきこととして、直線を例に述べると、数学科では直線、半直線、線分と区別してその用語を用いるが、算数科では、いずれもまとめて直線という用語を用いる。また、三角形の場合、三角形には、三角形、不等辺三角形、二等辺三角形、正三角形があるが、算数科では、一般の三角形、不等辺三角形をともに三角形という用語を用いている。

小中連携の視点から考えると、小中学校の教師が、「生徒が小学校でどのように学んできたのか」「児童は今後どのように学ぶのか」を理解しておく必要がある。

図形の性質は図形の属性の間の論理的な結びつきによって捉えられる。初期の段階では、属性は並列的であり、例えば、長方形の場合。

「長方形は2組の対辺が平行で長さが等しく、角がどれも直角で・・・」と長方形に認められる属性が列挙される。その後、次第に属性間の論理的なつながりが把握されるようになるが、算数科においては論理には立ち入らず、直観的認識に基づいて図形の考察を進めていくようにする。

(3) 図形の操作と教具

「操作」とは、活動の進行が思考の進行を誘発するものである。

図形指導における操作の意義としては次の3つが挙げられる。

- ・図形についての概念や性質が理解しやすくなる。
- ・図形に対する洞察力を高めることができる。
- ・図形についての論証力を育成することができる。

算数科において、図形の性質を調べる操作は、そのまま性質の証明につながる場合が多く、中学校の論証指導の基礎となる。

また、図形指導における操作には、次のようなものが挙げられる。

① 観察

- ・観る 具体物や図形を観ることは、図形の全体的なイメージを形成することや、念頭操作による分析力を育成することなどに役立つ。
- ・触れる 手で図形に触れることによって、平面は平らであることや円には角がないことを実感することができる。
- ・動かす 「ずらす（平行移動）」「まわす（回転移動）」「折り返す・うらがえす（対称移動）」「広げる・縮める（拡大・縮小）」といった活動が主な活動である。これら以外にも例えば、円盤が転がりやすいことに気付くといった活動もみられる。

② 作製

- ・作る 正方形を用いて立方体を作る活動を通して、頂点や辺、面の数を捉えることなど、様々な活動が考えられる。
- ・壊す 立方体の辺の部分を切り開き、展開図を作るといった活動などが考えられる。
- ・折る 折り紙を折って様々な図形を作ること、さらに、その折り目に着目して、例えば直角の作り方を検討するといった活動などが考えられる。
- ・切る 三角形の3つの角を切って、三角形の内角の和が 180° であることを調べるといった活動などが考えられる。

③ 構成

- ・並べる 色板やタングラム、パターンプロックを用いた形づくりなどの活動が考えられる。
- ・敷き詰める 形も大きさも同じ図形を用いて平面を敷き詰める活動によって、図形についての様々な性質を導き出す活動が考えられる。
- ・構成する ジオボードなどの図形板による図形の構成がある。

④ 実験

- ・測定する 長さ、面積、体積などを実際に測定する。

⑤ 作図

- ・作図する 定規とコンパス（算数科では分度器やものさしも認められる）を用いて図形をかくことで、例えば、円の中心と演習の関係を見つけるといった活動などが考えられる。

図形概念は、児童が自ら操作を意識化することによって形成される。その意識化を助けるのが「教具」である。

どのような教具を用いて、どのような操作を行ったらよいかについては、どのような図形概念を形成するのかという意図をもって選択していかなくてはならない。

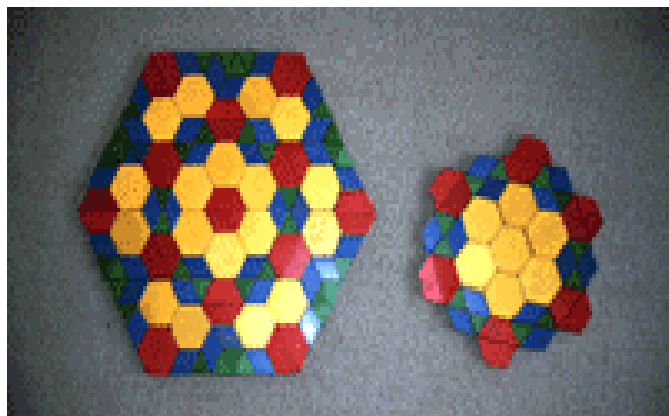


図7－1 パターンブロックを使った敷き詰め

§ 2 図形指導の基本

図形指導では、図形概念を明確にしていくことが中心となる。その基本的な指導過程は、次のようになる。

- 1 比べる（比較する）
- 2 抜き出す（抽象する）
- 3 言葉で表現する（総括する）

「三角形」を例に、この過程を述べてみる。

「三角形」という物を知るためには、まず図7－2にみられるような

図形を比べて（比較して）、「三角形」と、三角形に似ているけれども三角形ではない物を区別することが必要である。

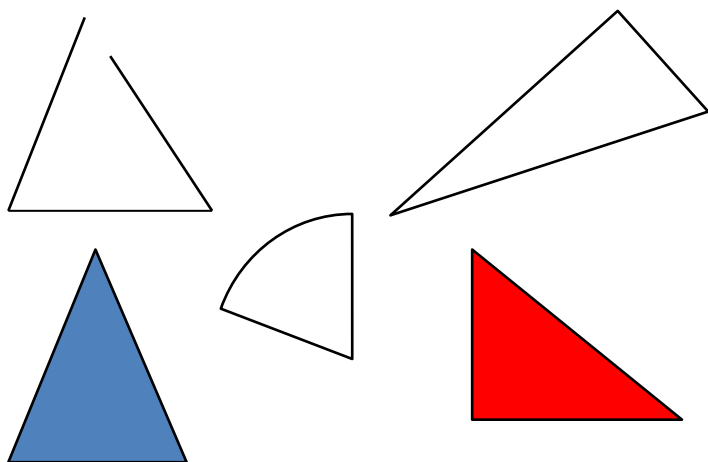


図7-2 「比べて（比較して）」区別する

次に、図7-3のように「三角形」と思われる物がいくつかあったら、そのなかで共通のものを抜き出す（抽出する）。その際、不必要な属性（その物がもっている特徴や性質）は捨てていく（捨象する）。この場合は、大きさ、色、位置であるが、他には厚紙でできているといった材質などが考えられる。

必要なことは、「直線でできていること」、「その直線が3本であること」、「その3本の直線で囲まれていること」だけである。

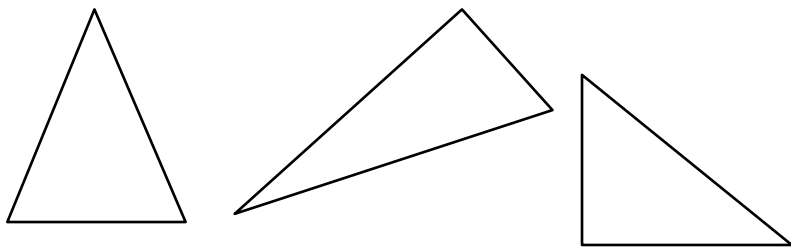


図7-3 共通のものを「抜き出す」（抽出する）

抜き出す（捨象する）段階において、「三角形」がどんな図形なのかが分かってくるが、それらを全て挙げることは不可能であるため、最後の段階として、言葉で表現する（総括する）。

3本の直線で囲まれた形と言葉で表現することができたならば、その後は、それに該当する形を「三角形」といってよいことになる。

小学校の場合、この表現が約束（定義）となるので、言葉による表現に基づいて作図をしたり、構成したりする活動を行いようにしたい。

4

点と点を直線でむすんで、いろいろな
三角形や四角形をかきましょう。

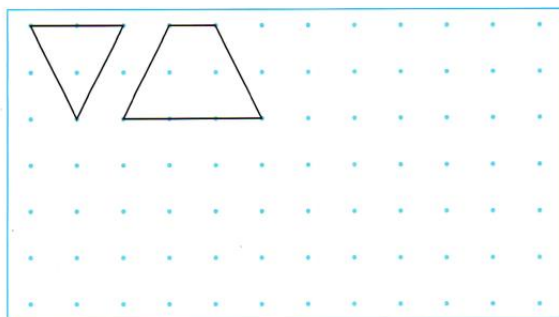


図7-4 作図する（学校図書「小学校算数2年上」）

§ 3 平面図形の指導

3.1 形づくり

第1学年において、身の回りにあるものの形を観察して、ものの形を認識し、特徴を捉え、分類したり、色板などの具体物を用いて形の構成を考えたりすることができるようにする。

この学年では、「さんかく」「まる」「しかく」などの日常用語を用いて形を分類し、用語と形が一致できるようになればよい。

また、図7-5のような操作を通して、「ずらす」「まわす」「うらがえす」という図形の操作を経験させることも大切である。

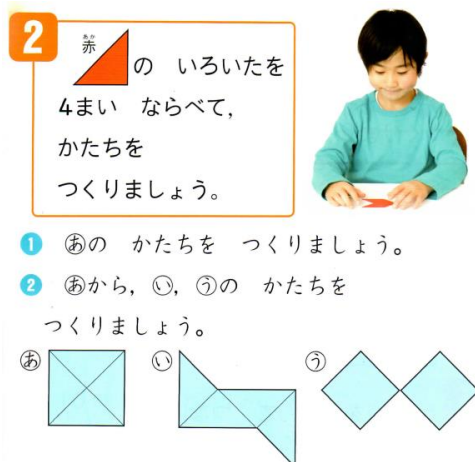


図7-4 色板ならべ（学校図書「小学校さんすう1年」）

3.2 三角形・四角形・長方形・正方形・直角三角形

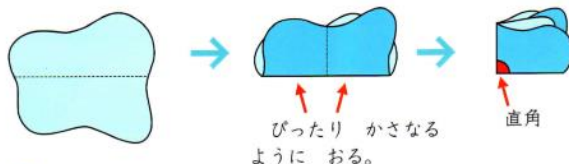
第2学年において、操作を取り入れながら、図形の構成要素（頂点・辺・面）に着目して、三角形、四角形、長方形、正方形、直角三角形といった基本的な図形を学習する。

ここでは、§2で述べた指導過程を経て、三角形を「3本の直線で囲まれた形」、四角形を「4本の直線で囲まれた形」と説明できるようにする。

直角は、教科書やノートなどの身の回りにある図形を利用して、その特徴を理解させる。また、図7-5のように紙を2度折ることを通して、直角を構成し、身の回りのものの直角を判断する活動を取り入れた。 (図7-6)

1

下の ように して、紙を おって みましょう。



上の ように 紙を おって できた かどの
形を、ちよっかく直角と いいます。

図7-5 直角の構成（学校図書「小学校算数2年上」）

4

直角に なって いる ところを さがしましょう。



学校の 中にも
いろいろ
ありそうだよ。



ななみ

図7-6 直角の判断（学校図書「小学校算数2年上」）

長方形・正方形・直角三角形は、三角形・四角形について直角に着目して分類をしていき、「かど」がすべて直角である四角形を長方形、「かど」がすべて直角で、辺の長さがすべて等しい四角形を正方形、直角の「かど」がある三角形を直角三角形という。

長方形・正方形・直角三角形は、平面で敷き詰め、いろいろな模様を作ることができ、児童の身近なところでも数多くみつけることができる

ため、児童の自由な発想を取り入れた数学的活動が期待できる。

3.3 円・球

第3学年において、操作を取り入れながら、「まる」や「まるいかたち」を「円」の概念に高めていく。また、コンパスを使って円を作図する活動を通して、円の構成要素である中心、半径、直径を理解させる。なお、コンパスについては、コンパスを使った模様づくりなどを取り入れて、コンパスを十分に使いこなせるようにするとともに、円という図形の美しさを実感できるような授業を構想するとともに、コンパスは、円をかくだけではなく、等しい長さを測りとったり、移したりすることができる道具であることも理解させる。

「球」については、円と関連づけて扱うのが望ましい。球についても、その構成要素である中心、半径、直径を理解させていかななくてはならないが、粘土などで「球」を作り、いろいろな平面で切ってみると、どこを切っても、その断面は円になっていることを理解できるであろう。そのなかで、最も大きな円が球の直径で切った断面であるということも理解できるであろう。

3.4 二等辺三角形・正三角形

第3学年においては、三角形について辺の長さに着目して分類をしていくことになる。辺の長さに着目するということは、同じ辺の長さがあるかどうかという考察となる。そして、長さが同じ辺が2つある三角形を二等辺三角形、長さが同じ辺が3つある三角形を正三角形という。

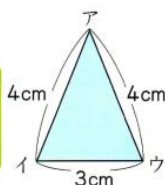
なお、正三角形という用語については、三等辺三角形がよいという二等辺三角形の学習を踏まえての児童の発案があることも予想される。正三角形は、正方形（正四角形）、正五角形、正六角形といった正多角形の認識が生まれてはじめて納得できるものであると思われるが、正しく使われている用語は早くから教えていくという考えに基づいて指導することになる。

二等辺三角形・正三角形の作図は、一般的に図7-7のような方法が指導される場合が多い。図7-8のように円を利用して作図をし、なぜ二等辺三角形・正三角形といえるのか説明するような活動も取り入れたものである。

2 三角形のかき方

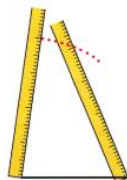
1

3つの^{へん}辺の長さが、3 cm, 4 cm, 4 cmの
二等辺三角形のかき方を考えましょう。



① イウの辺をかきました。

アのちょう点の決め方を、
下の図を見て考えましょう。



② コンパスを使ってかきましょう。

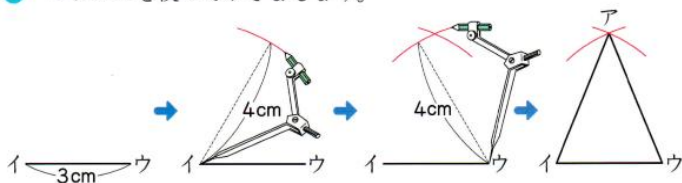


図7-7 二等辺三角形の作図（学校図書「小学校算数3年下」）

5

円の中心やまわりの点を使って、二等辺三角形や正三角形をかきましよう。



図7-8 二等辺三角形・正三角形の作図（学校図書「小学校算数3年下」）

第4学年においては、四角形について垂直・平行に着目して分類をしていくことになる。

垂直とは、2直線の位置関係であり、角の大きさを表す直角とは区別される。また、平行な2直線の定義は、算数科においては「1つの直線に垂直に交わっている2つの直線は平行である」というものが一般的である。これは、「2つの直線の同位角が等しいならば、それらは平行である」という命題に基づいたもので、本来は垂直でなくても任意の角であればよい。

垂直・平行の指導にあたっては、実際に垂直や平行な2直線をかいたり、折り紙で垂直や平行になっている折り目を使ったりする操作を大切にしたい。

4つの線分で囲まれた平面図形を四角形といい、1組の対辺が平行な四角形を台形、2組の対辺が平行な四角形を平行四辺形という。これらのことについて、図形の構成や作図を通して、理解させる。その際、第2学年で学習した長方形や正方形も取り上げて考察すると、学習が一層深いものになるであろう。

具体的には、ひし形は、4つの辺の長さがすべて等しい四角形である。4本の同じ長さのストロー等の教具を使って、図7-9のように正方形を作り、それがつぶれた形になっていることを理解させたい。このように、ひし形は正方形と対比させ、平行四辺形や台形は長方形と対比するようにして、既習の図形概念との関連を図るようにしたい。

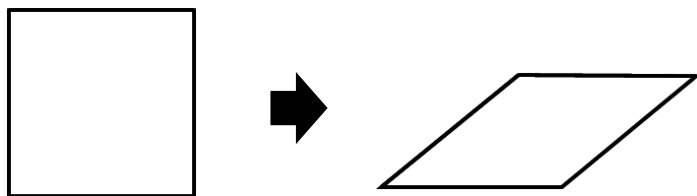


図7-9 ひし形

3.7 多角形の内角

第5学年では、三角形や四角形などの多角形についての基本的な性質、具体的には内角の和を求める学習をする。この学習は、児童に筋道を立てて考察する力を伸ばすことが期待できる。

児童は、第4学年までに、例えば「二等辺三角形の2つの角の大きさは等しい」などについて、実際に紙で図形を作り、それを折ったりする

活動を通して、帰納的な考えで確かめることを学習してきている。

第5学年では、「三角形の内角の和が 180° である」ことは、図7-10のように三角形の角を切り取って、1カ所に集める。他の三角形についても調べ、帰納的な考えで確かめる。

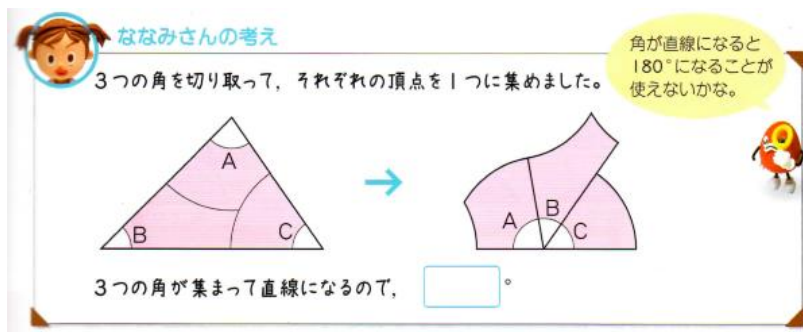


図7-10 三角形の内角の和の求め方（学校図書「小学校算数5年」）

次に、「四角形の内角の和が 360° である」ことは、図7-11のような帰納的な考えによる説明も認めつつ、既に学習した三角形の内角の和が 180° であることを使って説明するよう促す。

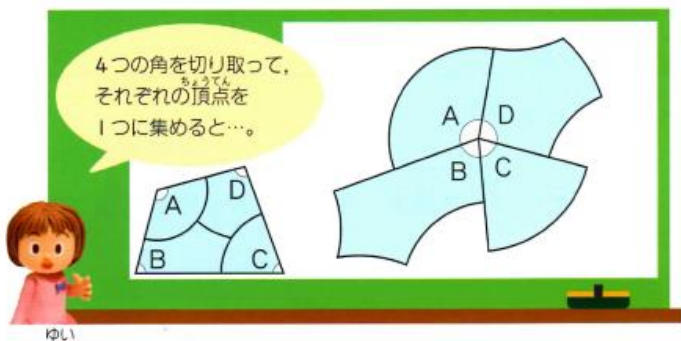


図7-11 四角形の内角の和の求め方1（学校図書「小学校算数5年」）

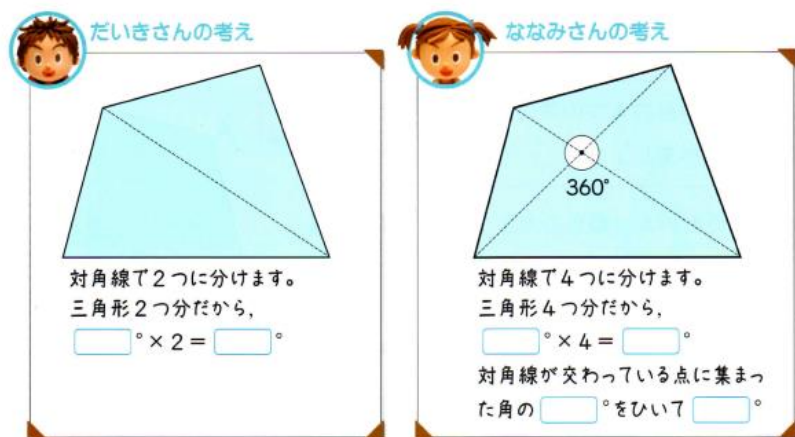


図7-11 四角形の内角の和の求め方2（学校図書「小学校算数5年」）

そして、図7-12のような既に学習し、正しいことが確かめられている三角形の内角の和が 180° であることを使った演繹的な考えによる説明ができるようにする。

五角形や六角形などの多角形の内角の和については、児童自らが見いだすように授業を展開したい。

3.8 合同

基本的な図形概念は「対称概念」といわれ、第4学年で学習する垂直・平行、第5学年以降で学習する合同、拡大図・縮図、対称といった概念は「関係概念」といわれる。垂直・平行は2直線の位置関係を表す物であったが、合同、拡大図・縮図、対称は2つの図形の関係を表すものである。

これまで、児童は単一の図形について考察してきたが、合同は、2つの図形の形と大きさに着目して分類していくことになる。すなわち、形も大きさも同じであるかどうかという考察になる。そして、2つの図形がぴったり重なり、形も大きさも同じであれば、2つの図形はごうどうであるといい、2つの図形が合同のとき、重なり合う頂点、辺、角は対応する頂点、辺、角ということ、対応する辺の長さや角の大きさはそれぞれ等しいことを理解させる。

指導にあたっては、どの辺とどの辺が重なり、どの角とどの角が重なるのかという見通しをもって、実際に重ね合わせる操作を行わせ、確かめさせたい。作図にあたっては、かいた三角形がただ1つに決まるには、2つの三角形の間の関係に次の3つのことがある。

- ・ 3つの辺の長さがそれぞれ等しい。
- ・ 2つの辺の長さとその間の角の大きさがそれぞれ等しい。
- ・ 1つの辺の長さとその両端の角の大きさがそれぞれ等しい。

これらの関係は、作図をした結果に基づいてまとめる程度にし、深入りはせず、中学校での学習を待ちたい。

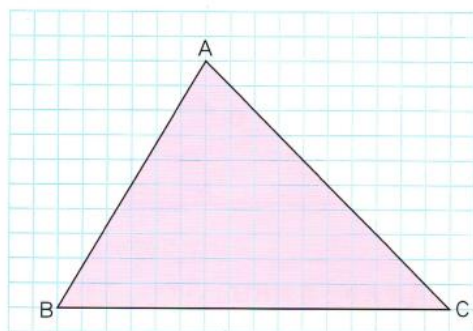
3.7 拡大図・縮図

第6学年において学習する拡大図・縮図は、2つの図形の形に着目して分類していくことになる。すなわち、形が同じであるかどうかという考察になる。拡大図・縮図の関係にある2つの図形は、対応する角の大きさはすべて等しく、対応する辺の長さの比はどこも一定である。

指導にあたって、重要な活動が拡大図・縮図を作図する活動である。

2

三角形ABCを $\frac{1}{2}$ に縮小した三角形DEFを、下の2つの方眼紙にかきましよう。



縮図がかけたら、
対応する辺の長さや
角の大きさを確かめよう。



図7-12 方眼紙を利用した縮図の作図（学校図書「小学校算数6年」）

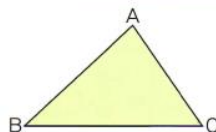
図7-12のように、方眼紙を利用して2分の1に縮小した図を作図したり、2倍に拡大した図を作図したりする活動では、拡大図・縮図は縦にも、横にも、斜めにも、あらゆる方向に、同一の割合で拡大・縮小

しなければならないことを理解させる。

また、図7-13のように、定点を中心にした拡大図を作図したり、縮図を作図したりする活動では、長さは拡大・縮小するが、角の大きさは保存されることを理解させたい。

5

右の三角形ABCで、頂点Bとほかの頂点A、Cをそれぞれ結ぶ直線を利用して、三角形ABCを3倍に拡大した三角形DBEをかきましょう。



- ① 直線BAをのばして、点Aに対応する点Dをかきましょう。
また、直線BCをのばして、点Cに対応する点Eをかきましょう。

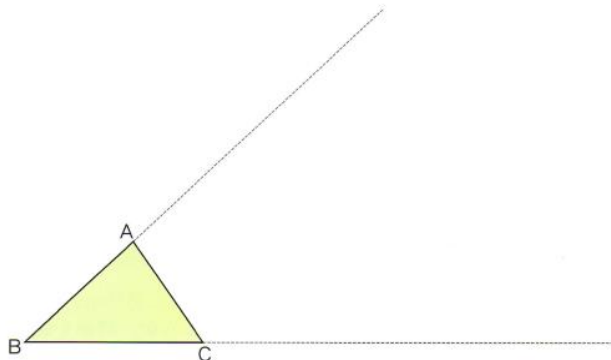


図7-13 定点を中心にした拡大図の作図（学校図書「小学校算数6年」）

私の身の回りには、地図や設計図、コピー機等のように、拡大図・縮図の関係にある2つの図形が数多く存在する。児童がこうしたものを見だし、日常生活のなかで算数・数学が活用されていることに気付くことは算数・数学の有用性を実感することにつながる。

3.8 対称

第6学年において学習する対称な図形は、線対称な図形と点対称な図形があり、線対称な図形な図形は、「1つの直線を折り目にして2つに折ったとき、折り目の両側の形がぴったり重なる図形」、点対称な図形は、「1つの点を中心に 180° 回したとき、もとの図形にぴったり重な

る図形」と、操作的に定義される。

また、対称な図形の性質としては、線対称な図形では対応する点を結ぶ線分はすべて対称軸と垂直に2等分され、点対称な図形では対応する点を結ぶ線分はすべて対称の中心を通り、中心で2等分されるとまとめられる。ここで留意すべきことは「対応する点」は、図形の頂点を指すものではないということである。

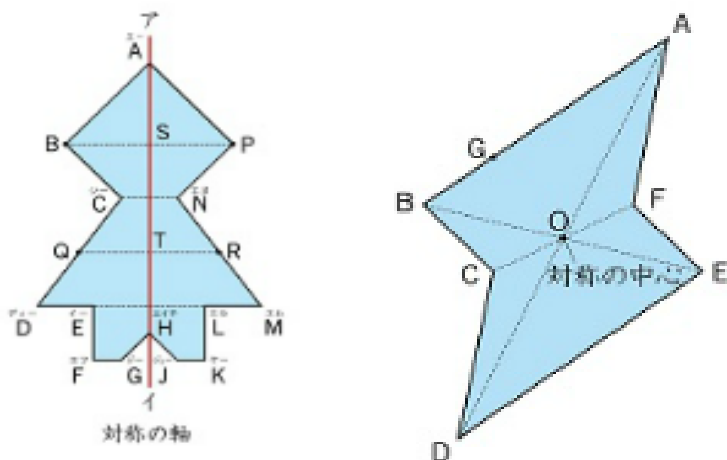


図7-14 線対称な図形・点対称な図形（学校図書「小学校算数6年」）

児童は、二等辺三角形の底辺の垂直二等分線を折り目にして折るとぴたり重なるなどの活動を通して、図形の対称性に着目してきている。このことを踏まえて、指導にあたっては、次のような活動を取り入れていきたい。

- ・植物や動物、模様、地図記号や都道府県・市町村のマークなどから線対称な図形や点対称な図形を見つけたり、作図したりする活動
- ・対称軸、対称の中心を見つける活動
- ・対称性に着目して、三角形や四角形を類別する活動
- ・生活の中に見られる整った形の中には、対称性をもったものが多く存在することを確かめる活動

また、これらの活動を通して、均整のとれた美しさ、安定性など、図形のもつ美しさに気付かせるようにしたい。

§ 4 立体図形の指導

私たちは三次元空間に生きており、立体に囲まれて生活している。

三次元空間内の面で囲まれた図形を立体図形、あるいは立体と呼び、例えば、立方体、直方体、角柱、円柱、球などがこれにあたる。

立体図形の指導のねらいは、児童の身の回りにあるこうした立体について理解し、感覚を豊かにすることである。また、空間における方向や位置の理解させることも大切である。

4.1 かたち遊び

児童は、就学前から積木をや箱を積んだり、並べたりするなどの経験を遊びや普段の生活の中で行っている。ここでは、こうした図形についての基礎となる経験を豊かにすることが重要である。

立体を用いて身の回りにある形を作ったり、似ている形を集めたり、立体の面の形を紙に写し取ったりするなど、立体の形態的な特徴を捉える活動の他、ボールの形を転がしたり、箱を積み上げたりするなど、立体の機能的な特徴に着目させる活動も大切である。



図7-15 かたち遊び（学校図書「小学校さんすう1年」）

4.2 直方体・立方体

第2学年では、「箱のような形（直方体）」「さいころのような形（立方体）」と呼ばれ、第4学年において、直方体を「長方形だけで囲まれた形，長方形と正方形で囲まれた形」と定義し，立方体を「正方形だけで囲まれた形」と定義する。

第2学年では，図形を全体的に捉える見方に加えて，平面図形と同じように頂点，辺，面といった図形を構成する要素の存在に気付かせ，構成要素の数や特徴を見いだすようにする。

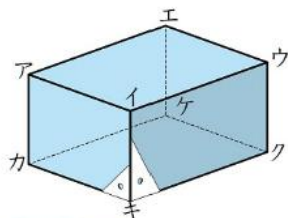
第4学年では，直方体や立方体を構成する要素に着目して，辺と辺，辺と面，面と面の平行及び垂直の関係について理解させる。

【面と辺の垂直と平行】



右の図は，直方体です。

- ① 辺イキは，面カキクケに垂直でしょうか。
- ② 辺イキのほかに，面カキクケに垂直な辺はどれでしょうか。



ゆい

図7-16 直方体・立方体（学校図書「小学校算数4年下」）

なお，ここでの学習に限らず，立体の指導を行う際には，実物の模型を用意し，教科書に示された図だけを見て学習するということがないようにしたい。

4.3 角柱・円柱

第5学年では，第4学年の発展として，角柱・円柱を学習する。

角柱は底面が多角形の柱体，円柱は底面が円の柱体のことをいうが，実際の指導では，具体的な立体を示しながら，「上下の2つの面が平行

で、その形が合同な多角形になっている立体」を角柱、「上下の2つの面が平行で、その形が合同な円になっている立体」を円柱と定義する。

また、角柱（円柱）の高さは「角柱（円柱）の2つの底面に垂直な直線の長さ」と定義する。

指導にあたっては、これらの定義に基づいて図形を理解させるとともに、辺と辺、辺と面、面と面の平行及び垂直の関係についても理解させる。

4.4 見取図・展開図

平成20年版小学校学習指導要領においては、指導内容には示されておらず、内容の取扱いとして、見取図や展開図をかくことが示されていたが、平成29年版小学校学習指導要領では、第4学年において立体を平面上に表現するための方法として「見取図、展開図について知ること」と指導内容に示されている。

見取図は、教科書では「全体がわかるようにかいた図」と説明され、「斜投影図」（図7-17左）、「等角投影図」（図7-17右）といった書き方があるが、一般には「斜投影図」でかかれることが多い。

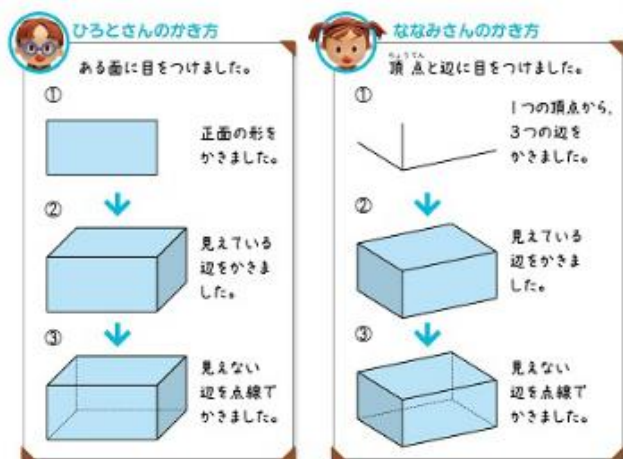


図7-17 見取図（学校図書「小学校算数4年下」）

この場合、辺の平行性は保たれるが、辺の長さや角の大きさは実際とは異なることに留意しなくてはならない。

展開図は、教科書では「辺に沿って切り開いて、平面の上に広げてかいた図」と説明されている。指導にあたっては、図7-18のようにいく通りもの展開図をかくことを促すような指導を行いたい。

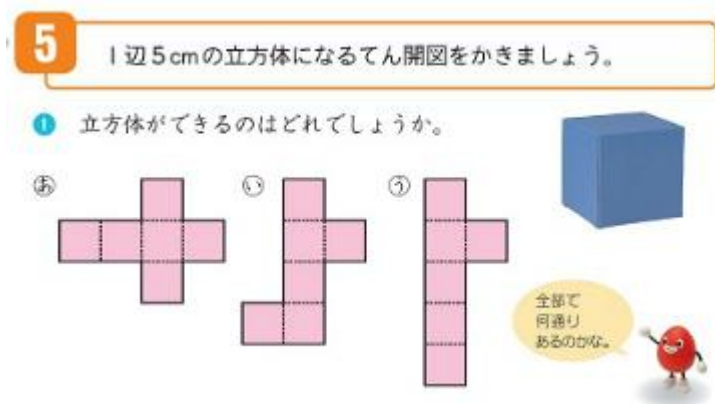


図7-18 展開図（学校図書「小学校算数4年下」）

見取図や展開図の学習では、単に見取図や展開図をかくことができるようにすることがねらいではなく、立体を見取図や展開図に表したり、展開図を組み立てて立体を作ったりする活動を通して、辺や面のつながりや、それらの位置関係などについて理解させ、空間についての感覚を豊かにすることをねらいとしていることに留意したい。

§ 5 図形の計量

平成20年版小学校学習指導要領では、三角形や四角形等の平面図形の面積の求積や、直方体や立方体の体積の求積は、「B量の測定」領域に位置づけられていたが、このたびの改訂では、長さや重さなどの量の概念、量の大きさの比較、量の単位、量の測定は「C測定」に、面積や

体積の求積といった図形の計量は「B図形」に位置づけられた。このことについて、平成29年版小学校学習指導要領解説算数編では次のように述べている。

再編成に当たっては、第一に、新規に「C測定（下学年）」領域を設定することとした。これは、ものの属性に着目し、単位を設定して量を数値化して捉える過程を重視し、それぞれの量について、そこでの測定のプロセスに焦点を当てて学ぶことにしているからである。また、第二に、基本的な平面図形の面積や立体図形の体積などの学習を、図形の特徴を計量的に捉えて考察するという視点から位置付け直し、上学年における「図形」領域の内容に移行した。例えば、三角形の面積は、平行四辺形を対角線で二つに分けて説明でき、その際に、底辺や高さを基に計算によって求めることができる。つまり、計量をする際は、図形の性質や図形を構成する要素などに着目している。そこで、図形を構成する要素に着目して、図形の性質を考察する領域としての「図形」領域の位置付けを明確にした。新しい「図形」の領域を「図形を構成する要素に着目して、図形の性質を考察したり、それを活用したりする資質・能力を育む」領域として、領域の趣旨を分かりやすいものとした。

図形の計量の指導にあたっては、こうした趣旨を踏まえて指導を行っていく必要がある。

5.1 面積

第4学年において、単位（ cm^2 、 m^2 、 km^2 ）が導入され、図7-19のように、その単位面積（この場合は 1cm^2 ）のいくつ分かで数値化される。

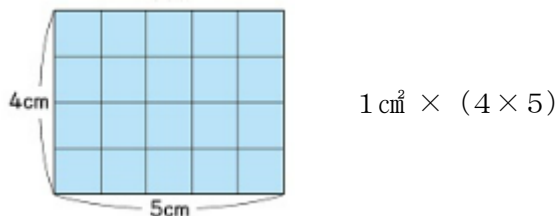


図7-19 長方形の求積（学校図書「小学校算数4年下」）

この学習のまとめとして、「長方形＝（縦）×（横）」又は「長方形＝（横）×（縦）」の公式が導かれる。「公式」という言葉は、この学習で初めて使われることになる。指導にあたっては、平成29年版小学校学習指導要領解説算数編では、「A数と計算」領域において、次のように述べていることに留意したい。

公式とは数量の関係を簡潔かつ一般的に表したものである。第4学年で取り扱う公式とは、一般に公式と呼ばれるものだけに限らず、具体的な問題で立式するときに自然に使っているような一般的な関係を言葉でまとめて式で表したものも指している。公式については、数量を言葉で表しているということの理解と、言葉で表されているものにはいろいろな数が当てはまるということの理解が大切である。

公式としては、第4学年では（長方形の面積）＝（縦）×（横）（又は（横）×（縦））といった面積の公式が取り上げられている。公式は、どんな数値に対しても成り立つ一般的な関係であることを理解できるようにする。そして、（縦）と（横）から（面積）が求められるという見方に加えて、（面積）と（横）から（縦）を求めることもできるといような、公式の見方ができるようにすることも大切である。

第4学年で長方形と正方形の面積の求積を学習した後、第5学年において、三角形、平行四辺形、台形、ひし形などの求積を学習することになるが、その際には、既習の長方形などの求積方法と関連付けながら指導していく必要がある。

その指導の順序としては、長方形・正方形の求積の後、三角形と平行四辺形のいずれの求積を位置づけるかについて、大きく2つある。それぞれの留意点等について述べる。

1 長方形・正方形⇒三角形⇒平行四辺形⇒台形

この場合、三角形の面積を、それを含む長方形に倍積変形し、長方形の半分とみて求めることになる。このとき、鋭角三角形の場合と鈍角三角形の場合の違いに留意する必要がある。

三角形の求積を先に学習すれば、後に学習する四角形等の面積を対角線で三角形に分割することによって求めることができるという点で有効であるが、場合によっては、三角形の「底辺」と「高さ」の判断が困難

になるということに留意する必要がある。

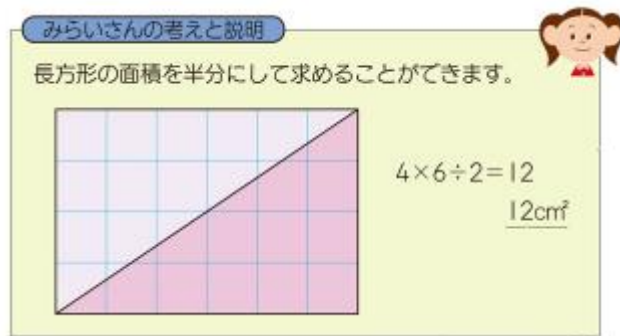


図 7-20 三角形の倍積変形による求積（啓林館「わくわく算数5」）

2 長方形・正方形⇒平行四辺形⇒三角形⇒台形

この場合、平行四辺形の面積を、長方形に等積変形し、求めることになる。

平行四辺形の求積を先に学習した場合、児童が多様な求積方法を考え、発表されることがある。これらの方法を単に紹介するにとどまらず、より簡潔で明確な方法を追究していく必要がある。特に、台形の面積の求積方法については、変形の仕方に関して多様な方法が発表されることが予想され、それらをどのように関連付け、統合的に練り上げていくかが指導のポイントとなる。

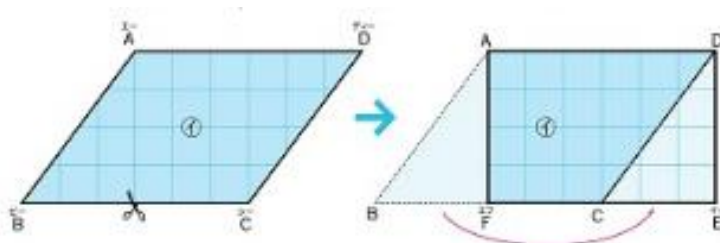


図 7-21 平行四辺形の求積（学校図書「小学校算数5年」）

5.2 体積

体積の指導は第5学年からになる。面積と同様に、体積も単位（ cm^3 ， m^3 ）が導入され、図7-22のように、その単位体積（この場合は1 cm^3 ）のいくつかで数値化される。

2 体積の公式

1 右の直方体の体積の求め方を考えましょう。

① 1だん目に、1 cm^3 の立方体は、何個あるでしょうか。

② 全部で何だんあるでしょうか。

③ 1 cm^3 の立方体は、全部で何個あるでしょうか。
また、何 cm^3 でしょうか。

$2 \times 3 \times 4 =$

たての個数
横の個数
だんの数
全体の個数

たての個数はたての長さ、横の個数は横の長さ、だんの数は高さ、それぞれ同じになります。

$2 \times 3 \times 4 =$ (cm^3)

たて
横
高さ
体積

図7-22 直方体の求積（学校図書「小学校算数5年」）

体積の場合、面積での考え方が定着していれば、面積の求積方法から類推をして、比較的容易に「直方体＝（縦）×（横）×（高さ）」の公式にまとめることができるであろう。しかし、この学習を見取図中心に進めた場合、見取図で見えている部分だけを数えようとしたり、 $2 \times 3 \times 4$ という乗法的な捉え方ではなく、 $4 \times 3 + 4 \times 2 + 2 \times 4$ のよ

うな加法的な捉え方をしたりすることも予想されるため、例えば、 1 cm^3 の立方体で直方体を作るといった活動を取り入れる配慮が必要となる。

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校さんすう1年」.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校算数2年上」.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校算数3年下」.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校算数4年下」.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校算数5年」.
- ・学校図書(2015),「みんなと学ぶ小学校算数6年」.
- ・啓林館(2015),「わくわく算数5」.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・算数科授業研究の会(2010),「改訂版 算数科教育の基礎・基本」,明治図書.
- ・坪田耕三(2014),「算数科授業づくりの基礎・基本」,東洋館出版.
- ・中原忠男編(2000),「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」,明治図書.
- ・中原忠男編著(2011),『新たな学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』,ミネルヴァ書房.
- ・日本数学教育学会編著(2015),『算数教育指導用語辞典 第四版』,教育出版.
- ・文部科学省(2008),小学校学習指導要領解説算数編.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)

第8章

「測定」の指導

§ 1 「測定」領域のねらい及び内容の概観

平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編では、「C測定」の領域のねらいを次の 3 つに整理している。

- ・身の回りの量について、その概念及び測定の原理と方法を理解するとともに、量についての感覚を豊かにし、量を実際に測定すること（知識・技能）
- ・身の回りの事象の特徴を量に着目して捉え、量の単位を用いて的確に表現すること（思考力・判断力・表現力等）
- ・測定の方法や結果を振り返って数理的な処理のよさに気付き、量とその測定を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること（学びに向かう力・人間性等）

また、この領域で働かせる数学的な見方・考え方に着目して内容を整理し、次の 4 つにまとめている。

- (1) 量の概念を理解し、その大きさの比べ方を見いだすこと
- (2) 目的に応じた単位で量の大きさを的確に表現したり比べたりすること
- (3) 単位の関係を統一的に考察すること
- (4) 量とその測定の方法を日常生活に生かすこと

なお、本領域にかかわって、平成 20 年版小学校学習指導要領では、三角形や四角形等の平面図形の面積の求積や、直方体や立方体の体積の求積といった図形の計量も、「B量の測定」領域に位置づけられていたが、このたびの改訂では、長さや重さなどの量の概念、量の大きさの比較、量の単位、量の測定は「C測定」に、面積や体積の求積といった図形の計量は「B図形」に位置づけられた。

この趣旨について、平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編は、「C測定」領域は、ものの属性に着目し、単位を設定して量を数値化して捉える過程を重視し、それぞれの量について、そこでの測定のプロセスに焦点を当てて学ぶことにし、基本的な平面図形の面積や立体図形の体積などの学習を、図形の特徴を計量的に捉えて考察するという視点から位置付け直し、「図形」領域の内容に移行したと述べている。

このことを踏まえ、各学年の内容も表 8－1 のように整理されている。

数学的な 見方・考 え方	・身の回りにあるものの特徴に着目して			
	量の概念を理解し、 その大きさの比べ方 を見いだすこと	目的に応じた単位で量の 大きさを的確に表現したり比 べたりすること	単位の関係を統合的 に考察すること	量とその測定の方法 を日常生活に生かす こと
	・直接比較 ・間接比較 ・任意単位を用いた 測定	・普通単位を用いた測定 ・大きさの見当付け ・単位や計器の選択 ・求め方の考察		
第1学年	・長さの比較 ・広さの比較 ・かさの比較	・日常生活の中での時刻の 読み		・量の比べ方 ・時刻
第2学年		・長さ、かさの単位 (mm, cm, m 及び mL, dL, L) ・測定の意味の理解 ・適切な単位の選択 ・大きさの見当付け ・時間の単位 (日, 時, 分)	・時間の単位間の関 係の理解	・目的に応じた量の 単位と測定の方法 の選択とそれ ら数表現 ・時刻や時間
第3学年	・重さの比較	・長さ、重さの単位 (km 及 び g, kg) ・測定の意味の理解 ・適切な単位や計器の選択 とその表現 ・時間の単位 (秒) ・時刻と時間	・長さ、重さ、かさ の単位間の関係 の統合的な考察	・目的に応じた適切 な量の単位や計 器を選択と数表 現 ・時刻と時間

表 8-1 各学年の内容 (文部科学省, 2017)

§ 2 量とは

1.1 量の分類

児童は、小学校に入学する前から日常生活の中でいろいろな量に触れてきている。小学校の学習では、それらを量の概念にまで高めることが大きなねらいとなっている。

量の概念にまで高めるということは、例えば、長いということを経長の概念に、広いということを経広さの概念に、速いということを経速さの概念に変えていくということである。

ここでは、量にはどのようなものがあるか整理しておく。

量とは、大小の比較ができる対象をもっているもののことをいう。例えば、人数、物の個数、長さ、重さ、時間、面積、速さなど、いろいろな量がある。

(1) 分離量と連続量

量を大きく分けると、分離量と連続量がある。

分離量とは、2つの集まりを1対1に対応させたとき、対応する相手がなくなっ残りが出た方が大きいというようにして、どちらが多いかを比較できる量のことをいう。別のいい方をすると、人数のように1人、2人というように自然数を用いて表すことができる量ということもできる。そして、分離量は、離散量と呼ばれることもある。

連続量とは、おのおのの全体を対応させたとき、対応する共通部分を除いた部分が残る方が大きいというようにして、大小の比較ができる量のことをいう。別のいい方をすると、例えば、長さのように数値化された値が一般的には連続する量ということもできる。また、速さのように、すでに知っている2つの量に関係して、その一方を定めたとき、他方の量の大小で比較できる量も連続量といえる。

これらのことを具体的に説明すると、分離量である人数は1人、2人というように自然数を用いて表すことができるが、連続量である長さは、そのままでは自然数を用いて表すことができない。m や cm という単位を決めることによって数値化することができ、その数値化された値は一般的に連続的な値になるということである。同じく連続量である速さの場合、1時間で40 km走る自動車と1時間で50 km走る自動車では後者が速いといえるような量も連続量といえるということである。

ここで、気を付けなくてはならないのは、分離量は自然数で表すことができ、連続量はそのままでは自然数で表すことができないと説明したが、分離量である人数には「人」、物の個数には「個」という自明の単位があることによって、自然数で表すことができるのであって、「人」や「個」をさらに細かく分けていき、新たな単位が作っていくとすると、分離量と呼ぶことができなくなってしまう。

したがって、分離量と連続量の区別の目安としては、次のような説明ができる。

- ・自明の単位があるかどうか
- ・基準となる単位をいくらでも小さくとることができるかどうか

なお、平成29年版小学校学習指導要領（算数科）の「C測定」領域で扱う量は連続量である。

(2) 外延量と内包量

(1)において、量は分離量と連続量とに分けることができると述べたが、連続量はさらに外延量と内包量に分けることがある。

2mのテープと3mのテープをつなぐと5mになるということを加法が成り立つという性質を加法的性というが、この加法的性もっている量を外延量という。外延量は、その他にも重さ、面積などがある。

一方、40%の食塩水に70%の食塩水を加えると110%とはならないようことから濃度は加法的性もっていないことになる。このような加法的性もっていない量を内包量という。さらに、内包量は、2つの量が異種の量の割合の場合（速さなど）としての「度」と、同種の量の割合の場合としての「率」とに分けられる。

(1)(2)の観点から量を分類すると、図8－1のようになる。

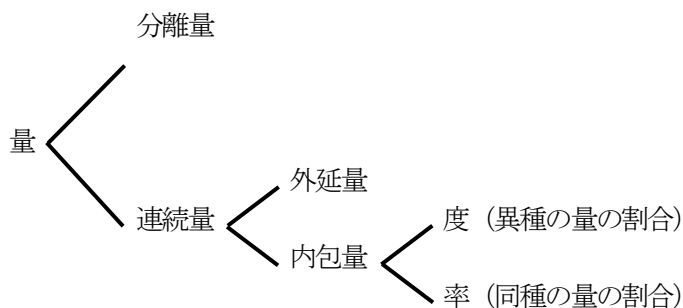


図8－1 量の分類

1.2 量の性質

日常生活の中で触れる量を量の概念にまで高めていくには、量の性質を明らかにしていく必要がある。

ここでは、量にはどのような性質があるかを述べていく。

(1) 量の加法的性

同種の量について、たしたり、ひいたりすることができることで、その大きさがもとの量の大きさだけで一意に決まることである。

ここで留意しなければならないことは「同種」ということである。例

えば、カップ1杯の水とカップ1杯のアルコールを混合する場合、カップ2杯にならないということが起こるからである。このことは、カップ1杯の米とカップ1杯の大豆を混ぜ合わせるとき、大豆の隙間に米が入り込んで、カップ2杯にならないことに似ているといえる。

量の和を作るとき、次の性質が成り立つ。

同種の量 a , b , c について

- ① $a + b = b + a$ (交換法則)
- ② $(a + b) + c = a + (b + c)$ (結合法則)
- ③ $a + b > a$
- ④ $a > b$ ならば、 $a + c > b + c$

(2) 量の測定性 (測定の可能性)

量が測定できるのは、その量を正の実数に対応させることができる場合である。そのためには、量が連続であることが必要である。しかし、小学校で扱う数は有理数までであるため、量の測定性については、次の程度に扱うことになるであろう。

- ① 同種の2量の間にくらでも同種の量が存在するということである。このことによって、量の数値化がいくらでも詳しくできることになる。また、このことは、量の測定値の精度をいくらでも高めることができることを意味している。
- ② 量は整数で何等分でもできることで、それにあたる量が存在するということである。このことによって、例えば、測定の単位を $\frac{1}{n}$ にすることができることになるので、ものさしなどの計器を工夫する際の単位設定の原理となる。
- ③ 同種の2量 a , b が $a > b$ のとき、 b を2倍、3倍、… していくと、いつかは a 以上になる整数が存在するということである。このことにより、どんな大きな量でもその量と同種の量を単位として、そのいくつ分、あるいはそれに近い値として測定ができることとなる。

§ 3 測定とその方法

3.1 測定とその意義

測定とは、量の大きさを数で表すために、同種の量で、基準になる量（基準量）を決めておき、数値化しようとする量が、基準量の何倍にあたるかを表そうとすることである。

このとき、基準になる量（基準量）を単位といい、何倍にあたるかを表す数値を測定値という。

測定には、量を数に置き換える考えがあり、数にすることによって、§ 2 で述べたような様々な性質が成り立つようになってくる。また、測定によって、量が数値化されると、量の大きさを伝えたり、記録したりすることが容易になるだけでなく、量を演算の対象として処理しやすくなることができる。

3.2 直接測定と間接測定

測定の方法は、「直接測定」と「間接測定」の2つに分けられる。

直接測定とは、計器の目盛りを直接読むことによって測定値を得る測定方法である。例えば、ものさしを用いた長さの測定や、はかりを用いた重さの測定などは直接測定にあたる。

間接測定とは、測定しようとする量とは異なる別の量を測定し、その測定値を用いて間接的に量を測定する方法である。例えば、長方形の面積を求める場合、縦の長ささと横の長ささを測定して面積を求めたり、自動車の速さを求める場合、自動車が走った長さ（距離）と自動車が走った時間を測定して速さを求めたりすることなどは間接測定にあたる。

間接測定では、基本となるいくつかの単位（基本単位）を決め、それらを組み合わせることで、測定したい量の単位（組立単位あるいは誘導単位）を設定することになる。例えば、面積の場合、長さの単位（cm）から面積の単位（cm²）が導かれる。

§ 4 外延量の指導

測定は、まず比較から始まる。人類の歴史の中で、比較の方法を工夫

していくことが、測定に繋がっているといえる。

算数科では、計器による測定を学習することを通して、量の概念をより明確にしていくことをねらいとしている。

外延量は基本的には(1)直接比較、(2)間接比較、(3)任意単位を用いた測定を経て、(4)普遍単位を用いた測定の段階で、その量を表す単位が導入される。ここでは、長さを例に測定の段階を述べていく。

(1) 直接比較

例えば、2本の鉛筆など、移動できる場合には、これを動かして並べて置いたり、重ねたりして比較する。

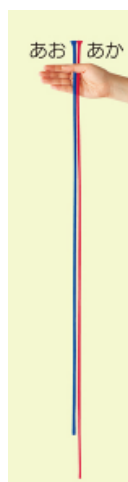


図8－2 直接比較（啓林館「わくわくさんすう1」）

この場合、基準を揃える、すなわち、端を揃えて、反対側の端でその大きさを判断する。

(2) 間接比較

比較しようとする物が、移動できない場合、例えば、机の縦の長さや横の長さなどは、そのままでは比較できない。

このような場合には、図8－3のように、別にひもやテープなどを用意して、それを仲介にして長さを写しとり、Cを第3の量とすることによって、直接比較の考えに基づいて大きさを判断する。

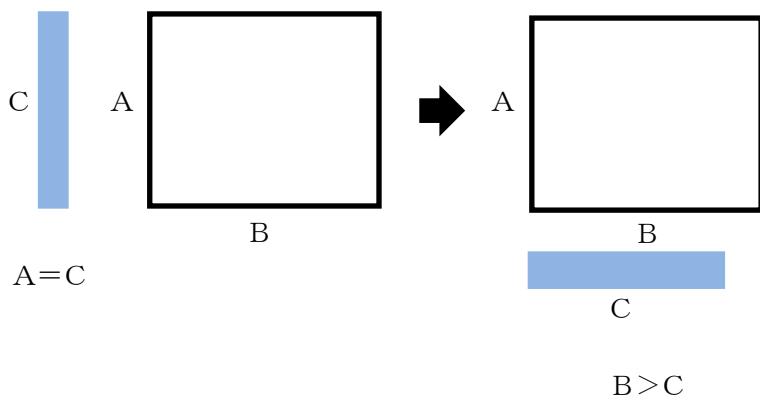


図8-3 間接比較

この場合、量の保存の概念、 $a < b$, $b < c \rightarrow a < c$ という推移律の認識があることが前提となる。



図8-4 間接比較（啓林館「わくわくさんすう1」）

(3) 任意単位を用いた測定

どちらが長いかを比較するのではなく、適当な物、例えば、身近にあるブロックやクリップなどを単位に選び、その何倍（幾つ分）であるかを数値を用いて表して大小を判断する。

間接比較（どちらが長い）から任意単位による測定（どれだけ長い）

への移行は、量の大きさを数値化し、数の世界で判断するようになるという意味で極めて重要な意味をもっている。



図8－5 任意単位を用いた測定（啓林館「わくわく算数2年上」）

（4） 普遍単位を用いた測定

長さの場合、m, cm, mm などの普遍単位をもとに、大小の判断をしたり、測定したりする。



図8－6 普遍単位を用いた測定（啓林館「わくわく算数2年上」）

この場合、任意単位では、基準にする大きさが人によって異なるなどの不便さから、客観的な単位の必要性に気付かせ、その単位を用いて測定できるようにすることが重要である。

§ 5 単位

5.1 単位

測定にかかわっては、単位が非常に重要となってくる。ここで、単位について整理をしておく。

(1) 任意単位と普遍単位

任意単位は、§ 4 で述べたように、身近にある物を自由に単位として選ぶことができるが、貿易など人類の経済活動等の範囲がより広がっていきにつれて、単位についても空間的・時間的に変わらないものを共通に、組織的に選ぶことが必要となった。このような必要から定められたのが、普遍単位、あるいは客観単位などといわれているものである。

各国では普遍単位を法律で定めているので、法定単位ということもある。

我が国では、1891(明治24)年に計量に関する法律として、度量衡法が定められた。その当時はメートル条約に加盟していたので、メートル法を法定単位としていたが、従来から用いられていた尺貫法も併用することが認められていた。

その後、1952(昭和27)年から計量法が施行され、1959(昭和34)年からメートル法を全面的に用いることになった。

(2) 基本単位と組立単位

いろいろな量の単位を定めるために2つの方法がある。1つは基本的な量の単位を定める方法で基本単位といい、もう一つは、それらを組み合わせる他の単位をつくる方法で組立単位、または誘導単位という。

小学校で扱う基本単位は、長さ、重さ、時間の単位であり、組立単位は、面積、体積、速さである。

(3) 補助単位

基本単位と組立単位で量の大きさを表すとき、測定値が適当な大きさを表すことができるようにするため、補助単位が作られている。

我が国で採用しているメートル法では、単位の10倍をデカ、100倍をヘクト、1000倍をキロのように定めている。

例えば、長さの場合、メートル(m)を基本単位として、1000倍の長さの単位をキロメートル(km)のように構成している。面積や体積の補助単位は、平方メートル(m^2)、平方キロメートル(km^2)のように長さの補助単位を用いて構成している。

2.5 メートル法

(1) メートル法の由来

メートル法は、単位のとり方が国により、地方によって異なるのでは大変に不便であるということから、これを国際的に統一しようとしてできた単位系のことであり、国際単位系として定着してきた。

当初、1メートルは地球の子午線の極から赤道までの長さの千万分の1を実測し、基準のものさしを作ったが、その後、精度が問題とされるようになり、現在は光が真空中で299792458分の1秒に進む距離を1メートルとしている。

(2) メートル法の長所

① 十進法を採用しているので、単位の記号が規則的であること

補所単位が、表8-2に示すように、十進法にしたがって決められている。

キロ	ヘクト	デカ	基本	デシ	センチ	ミリ
k	h	D		d	c	m
10^3 倍	10^2 倍	10倍	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$

表8-2 メートル法のしくみ

② 基本単位から組立単位が導きやすいこと

例えば、長さの単位から面積や体積の単位は次のように導くことがで

きる。

$$\begin{array}{llll} \text{cm} \rightarrow \text{cm}^2 & \text{m} \rightarrow \text{m}^2 & & \\ 10\text{m} \rightarrow \text{a} & 100\text{m} \rightarrow \text{ha} & \text{km} \rightarrow \text{km}^2 & \end{array}$$

また、水の体積と重さの関係も簡単に捉えることができる。

$$\begin{array}{llll} 1\text{cm}^3 \rightarrow 1\text{g} & 100\text{cm}^3 (1\text{dL}) \rightarrow 100\text{g} & & \\ 1000\text{cm}^3 (1\text{L}) \rightarrow 1\text{kg} & 1\text{m}^3 \rightarrow 1\text{t} & & \end{array}$$

③ 世界共通の単位であること

現在、メートル法以外の単位系を採用している少数の国においても、科学技術者はメートル法を用いている。

§ 6 量についての感覚を豊かにする指導

6.1 学力調査にみられる児童の状況

平成24年度全国学力・学習状況調査算数Aの5の問題とその反応率は次のとおりであった。

下のはがきの面積は約何 cm^2 ですか。次の1から4までの中から1つ選んで、その番号を書きましょう。(図省略)

- 1 約 50cm^2 19.4%
- 2 約 150cm^2 60.7%
- 3 約 450cm^2 16.3%
- 4 約 1350cm^2 1.7%

この結果から、面積についての感覚を身に付けることに課題がみられることが分かる。こうした課題は、児童の平素の生活の中にもみられることが少なくない。

6.2 量についての感覚を豊かにする指導

指導にあたっては、身体等との関連付け、単位内の関連付け、単位間の関連付けを行っていくことが重要である。

身体等との関連付けとは、身体や児童の身近にあるものや平素よく使っているものと関連付けていくということである。

例えば、図8-7のように、児童自身の歩幅10歩は何メートルになるかを調べる活動、図8-8のように、児童に1kgを作らせ、それを手

- ① 10秒歩いて、歩いた道のりをまきじゃくではかってみましょう。



図8-7 身体等との関連付け（啓林館「わくわく算数3年上」）

- ② ふくろに、1kg と思うだけのすなを入れてみましょう。



- ③ 1kg のすなのふくろを手にとって、重さの感じをおぼえましょう。

図8-8 身体等との関連付け（啓林館「わくわく算数3年下」）

に持ってみる活動など、様々な活動が考えられる。

また、図8-9のように、自分の身体の長さを測らせ、それを基にして長さの判断をさせる活動も考えられる。



図8-9 身体との関連付け（東京書籍「新しい算数「わくわく算数2年下」

単位内の関連付けとは、長さを例にとると、mm, cm, m, km の関係を十分に理解させることである。そのためには、 $1000\text{ mm}=1\text{ m}$, $1000\text{ mL}=1\text{ L}$ などの共通点を見いださせたり、液量の単位と長さの単位を比較することを通して、長さの単位にも「dm」があることや、液量の単位として「cL」があることを知らせたりするといった活動が考えられる。

単位間の関連付けとは、メートル法が制定された当時、まず長さが決められ、それをもとに内のが1 dm (10 cm) の立体の容積を1 L とし、水1 L の重さを1 kg とすると定められた。こうした単位間の関連についても理解を図りたい。

【引用・参考文献】

- ・青山庸(2015), 「初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために」, 東京書籍.
- ・赤井利行編著(2012), 「わかる算数科指導法」, 東洋館出版.
- ・啓林館(2011), 「わくわくさんすう 1」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく 2 年上」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく 2 年下」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく 3 年上」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく 3 年下」.
- ・啓林館(2011), 「わくわく 4 年上」.
- ・国立教育政策研究所(2012), 全国学力・学習状況調査【小学校】報告書,
http://www.nier.go.jp/12chousakekkahoukoku/03shou_houkokusho.htm (2017 年 8 月取得)
- ・佐藤俊太郎(2010), 「算数・数学教育 つれづれ草」, 東洋館出版.
- ・算数教育研究会(2001), 「新説 算数教育の理論と実際」, 聖文社.
- ・算数教育研究会(2010), 「新訂 算数教育の理論と実際」, 聖文社.
- ・算数指導アイデア研究会(1991), 「教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に」, 新興出版社啓林館.
- ・杉山吉茂(2008), 「初等科数学科教育学序説」, 東洋館出版.

- ・東京書籍(2015),「新しい算数2年下」.
- ・中原忠男編(2000),「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」,明治図書.
- ・中原忠男編著(2011),『新たな学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』,ミネルヴァ書房.
- ・日本数学教育学会(2011),「算数教育指導用語辞典[第4版]」,教育出版.
- ・文部科学省(2008),「小学校学習指導要領解説算数編」.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)

第9章

変化と関係

§ 1 「変化と関係」領域のねらい及び内容の概観

平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編では、「C 変化と関係」の領域のねらいを次の 3 つに整理している。

- ・ 伴って変わる二つの数量の関係について理解し、変化や対応の様子を表や式、グラフに表したり読んだりするとともに、二つの数量の関係を比べる場合について割合や比の意味や表し方を理解し、これらを求めたりすること（知識・技能）
- ・ 伴って変わる二つの数量の關係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察するとともに、二つの数量の關係に着目し、図や式などを用いてある二つの数量の關係と別の二つの数量の關係の比べ方を考察し、日常生活に生かすこと（思考力・判断力・表現力等）
- ・ 考察の方法や結果を振り返って、よりよい解決に向けて工夫・改善をするとともに、数理的な処理のよさに気付き、数量の關係の特徴を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること（学びに向かう力・人間性等）

また、この領域で働かせる数学的な見方・考え方に着目して内容を整理し、次の 3 つにまとめている。

- (1) 伴って変わる二つの数量の変化や対応の特徴を考察すること
- (2) ある二つの数量の關係と別の二つの数量の關係を比べること目的に応じた単位で量の大きさを的確に表現したり比べたりすること
- (3) 二つの数量の關係の考察を日常生活に生かすこと量の概念を理解し、その大きさの比べ方を見いだすこと単位の關係を統一的に考察すること

なお、本領域にかかわって、平成 20 年版小学校学習指導要領では、「D 数量關係」は、主として関数の考え、式の表現と読み、及び資料の整理と読みからなるものであったが、このたびの改訂では、「D 数量關係」の内容を新たに設けられた「C 変化と關係」領域と「D データの活用」領域に移行し、「C 変化と關係」領域では、数量の変化や關係に着目した考察を重視することとなった。

なお、「C 変化と關係」領域は、上学年に位置づけられているが、下学年においても、下学年においても、数や図形の等の考察において、數の關係を考察したり、変化の規則に注目したりする場面が多いことに注

意が必要であり、そのような場面は「関数の考え」の素地指導をする重要な機会であると、平成29年版小学校学習指導要領解説算数編は述べている。

このことを踏まえ、各学年の内容も表9－1のように整理されている。

数学的な 見方・考 え方	<ul style="list-style-type: none"> ・伴って変わる二つの数量の關係に着目して ・二つの数量の關係に着目して 		
	伴って変わる二つの数量の変化 や対応の特徴を考察すること	ある二つの数量の關係と別の二 つの数量の關係を比べること	二つの数量の關係の考察を日常生活 に生かすこと
第4学年	・表や式、折れ線グラフ	・簡単な割合	・表や式、折れ線グラフ ・簡単な割合
第5学年	・簡単な場合についての比例の 關係	・單位量当たりの大きさ ・割合、百分率	・簡単な場合についての比例の關係 ・單位量当たりの大きさ ・割合、百分率
第6学年	・比例の關係 ・比例の關係を用いた問題解決 の方法 ・反比例の關係	・比	・比例の關係 ・比例の關係を用いた問題解決の方 法 ・比

表9－1 各学年の内容（文部科学省2017）

§ 2 関数の考え

事象の変化を捉えて問題解決に生かす資質・能力の中核となるのは、「関数の考え」であるといわれている。ここでは、まず関数とは何か、次いで、その素地となる関数の考えとそのよさについて述べていく。

1.1 関数概念

一般に、関数は次のように定義される。

2つの集合XとYがあつて、Xの各要素に対して、Yのただ1つの要素が対応する対応の規則が定められているとき、XからYへの関数が与えられたという。

集合Xと集合Yの対応について、図に表してみると図9－1のようになる。

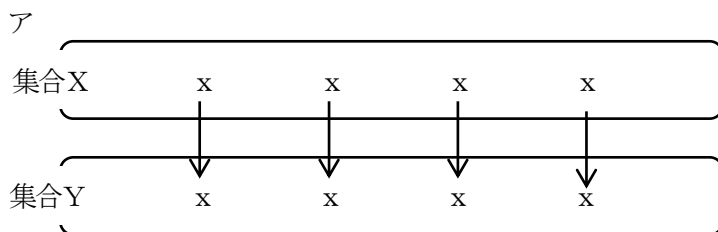
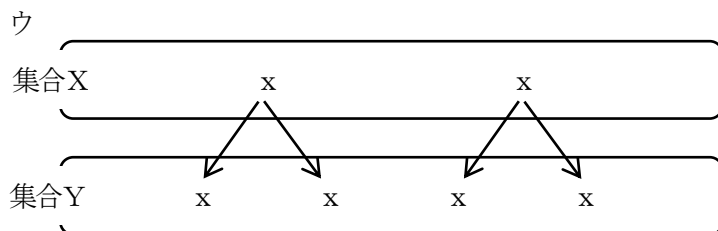
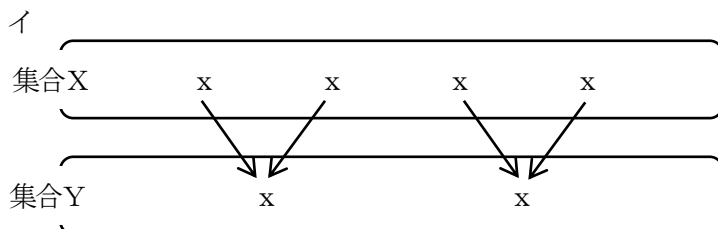


図9-1 集合Xと集合Yの対応

関数の本質は、集合と対応であるといわれている。例えば、集合Xと集合Yが数の集合で、Xの要素に「2倍する」という規則で、 $1 \rightarrow 2$ 、 $2 \rightarrow 4$ 、 $3 \rightarrow 6$ 、 $4 \rightarrow 8$ 、 \dots というようにYのただ1つの要素が決まるとき、この「2倍する」という対応の規則が関数である。対応には、この他の場合も考えられます。



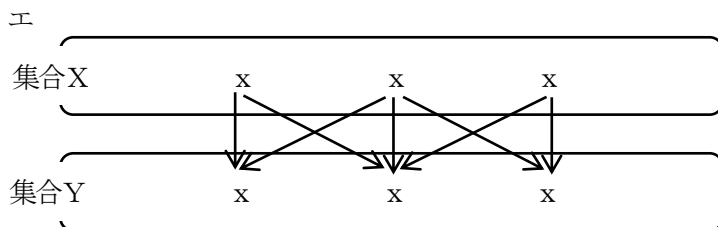


図9-2 集合Xと集合Yの様々な対応 I

アは1対1対応、イは多対1対応、ウは1対多対応、エは多対多対応といいます。また、アとイを一意対応、ウとエを多意対応ともいう。

これらの対応のなかで、集合Xから集合Yへの関数となるのは、一意対応であるアとイの場合となる。

また、2つの集合Xと集合Yがそれぞれ自然数や実数のような数の集合で、集合Xから集合Yへの関数が与えられているとき、集合Xを定義域、集合Yを値域という。

ここでもう少し詳しく言葉の整理をしておくと、日常生活の中には、一方の数量が決まれば、ある規則（対応）で他の数量もただ1つ決まる時、後者の数量は前者の数量の「関数」であるといい、これら2つの数量は「関数関係」にあるともいう。

ここで、関数関係にある数量の例を挙げてみる。

- ・10の分解で、たして10になる一方の数と他方の数（小学校第1学年）
- ・かけ算の3の段の九九で、かける数と積（小学校第2学年）
- ・わり算で、商が3になる、わられる数とわる数（小学校第3学年）
- ・面積が一定の長方形で、縦の長さや横の長さ（小学校第4学年）
- ・円で、直径と円周の長さ（小学校第5学年）
- ・速さが一定の乗り物で、走る時間と走る道のり（小学校第6学年）

小学校学習指導要領では、関数関係は第4学年から学習が始まることとなっているが、実際には様々な学年、領域で扱われている。

1.2 学校教育における関数概念

学校教育における関数概念は、学校種によって違いが見られる。それらは、およそ次のとおりである。

小学校

伴って変わる2つの数量の関係

中学校

関係する2つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ1つ決まるような関係

高等学校

数の集合Xから数の集合Yへの対応であって、Xの任意の要素に対してYの要素がただ1つ決まるもの

これらを見ると、小学校算数科から高等学校数学科まで、その内容が変化しながら繋がっていることが分かる。したがって、児童・生徒が、その変化に戸惑うことがないように工夫をしていくことが必要となる。

また、学校種の算数・数学科では、数量、若しくは数の集合を対象としていることが分かる。しかし、算数・数学科が対象としている範囲を超えて、広く社会の事象に目を向けてみると、次のような場合が見られる。

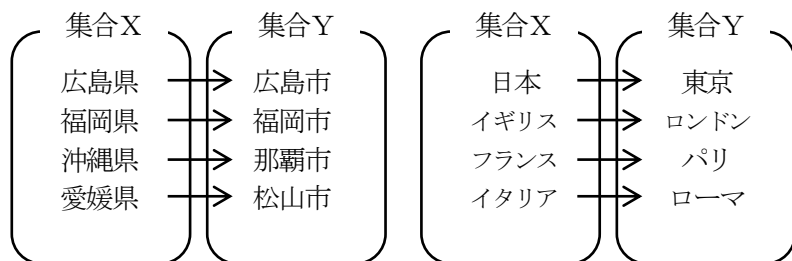


図9-3 集合Xと集合Yの様々な対応Ⅱ

このように、集合は数量や数に限ったものではなく、都道府県が決まれば県庁所在地が決まる、国が決まれば首都が決まるといった対応も一対一対応（一意対応）となっていることから、関数であると捉えることができる。

1.3 関数の表現

関数の表現には、表による表現、グラフによる表現、式による表現の3つが一般的である。ここでは、それぞれの表現について述べていく。

(1) 表による表現

表による表現は、一般に表9-2のような表現である。

X	1	2	3	4	...
Y	2	4	6	8	...

表9-3 表による表現

表による表現は、対応する数量の組の各値を明確に捉えることができるよさがある。ただし、表の見方として、次のように縦にみる見方と横にみる見方の両方ができるよう留意しておく必要がある。

① 縦の見方（Yは常にXの2倍になっている）

X	1	2	3	...
Y	2	4	6	...

この見方は、関数の「対応」という側面に着目した見方である。

② 横の見方

Xが2倍、3倍、... になると、Yも2倍、3倍、... になる

X	1	2	3	...
Y	2	4	6	...

Xが1増えると、Yは3ずつ増える

X	1	2	3	4	...
Y	2	4	6	8	...

この見方は、関数の「変化」という側面に着目した見方である。

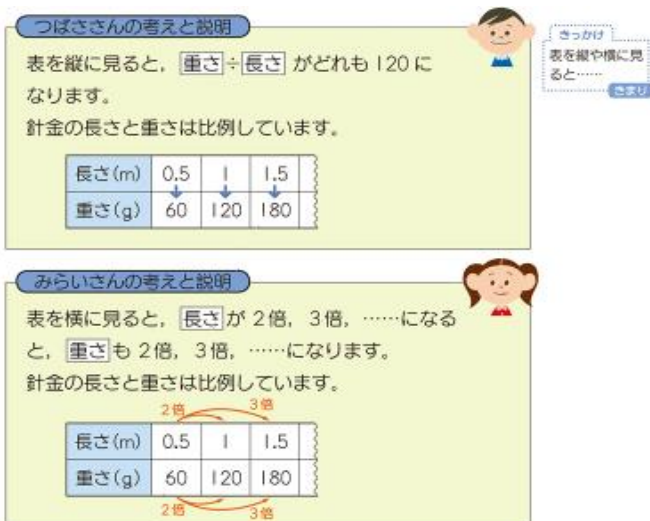


図9-4 表の見方 (啓林館「わくわく算数6年上」)

(2) グラフによる表現

関数を、右のようにグラフによって表現すると、変化の様子を視覚的・直観的に捉えることができるというよさがある。

一方で、表による表現や式による表現と違って、数値を正確に捉えることができにくくなる。

したがって、授業を構想する際には、表や式による表現と結びつけていくことが不可欠となる。

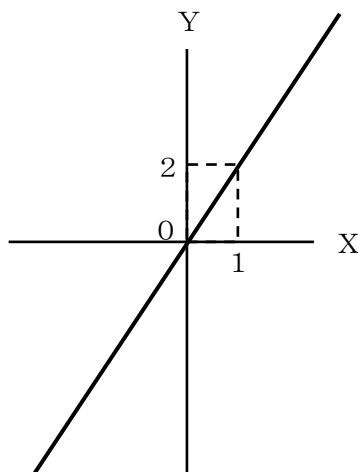


図9-5 グラフによる表現

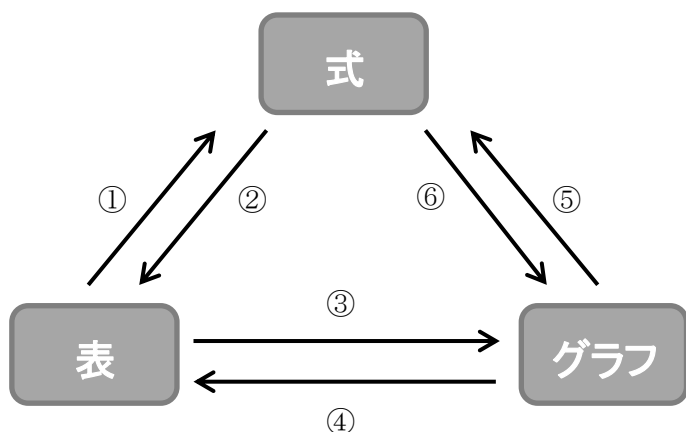
(3) 式による表現

$Y = 2X$ のように、算数・数学教育においては、式による表現が最も完成された表現である。

式による表現が可能な場合は、式は関数を簡潔に、そして厳密に表現することができ、しかも形式的な処理ができるというよさもある。

(4) 各表現の相互関連

授業を構想する際には、表による表現、グラフによる表現、式による表現を別々に考えるのではなく、それぞれの表現を相互に関連させていくことが大切である。そして、最終的には、児童・生徒が数量の変化を式で読みとることができるようにしていく。



- | | |
|-------------|-------------|
| ① 表から式に表す | ② 式から表に表す |
| ③ 表からグラフに表す | ④ グラフから表に表す |
| ⑤ グラフから式に表す | ⑥ 式からグラフに表す |

図9-5 各表現の相互関連

1.4 関数の考え

関数の考えとは、中学校数学において関数を扱う際の素地的なことや、関数的な観点からものをみていくことと簡単に述べたが、ここでは、関数の考えを4つに整理して、具体的にどんな考えなのかを述べていく。

(1) 伴って変わる2つの変数に着目する考え (変数の考え)

「ある数量を決めれば、他の数量も決まるか。」という対応や「ある数量の変化に伴って、他の数量も変化するか。」という変化など、2つの数量の依存関係に着目する考えである。

例えば、ある決まった値段の品物を買う場面で、買う品物の個数と支払う代金の関係に着目したり、ある一定の速さで進む場面で、時間と距離の関係に着目したりすることが、この考えにあたる。

(2) 1つを決めると、もう1つも決まるという考え (対応の考え)

関数の定義に「Xの各要素に対して、Yのただ1つの要素が対応する対応の規則が定められているとき」という条件があり、これを一意対応といった。このことを、日常生活で使う表現で表すと、「1つを決めると、もう1つも決まる」となる。

このことには、2つの見方があります。

- ① これを決めれば、何が決まるか。
- ② これを決めるためには、何を決めればよいか。

①は原因から結果を見つけようとする見方で、②は①とは逆に結果から原因を探ろうとする見方である。

(1)で挙げた例でいうと、品物の個数や時間を決めると、何が決まるかという見方が①にあたり、代金や距離を決めるためには、何を決めたらよいかという見方が②にあたる。

ここで、留意しておかなくてはいけないのは、①や②の見方は数量の関係を捉えるときだけでなく、論理関係として仮定と結論の関係を捉えるときにも有効に働くということである。もう1つは、対応が1対1対応のときには問題ないが、多対1対応のときに、②の見方をして1つの原因だけを見つけて、他方の原因を見落としてしまうことがある。

(3) 変わり方や対応のきまりを見つける考え (帰納的な考え)

この考えは、①に対する答えとして「このようなきまりや特徴がある」ということを見つける考えです。(3)の目的は、この答えを得るということです。

このときに有効に働くのが、1.3 で述べた表による表現、グラフによる表現である。表を縦に見ると対応のきまりが見つかり、横に見ると変

化の特徴を捉えることができる。

例えば、ある一定の速さで歩くときの時間と距離の関係が、表 9-4 のようになっているとする。

時間 (時)	1	2	3	4
距離 (km)	4	8	12	16

表 9-4 時間と距離の関係

表を①、つまり縦に見ると、歩く時間の 4 倍が距離になるということが見つかる。②、つまり横に見ると、歩く時間が 2 倍、3 倍になると、距離も 2 倍、3 倍になるという変化の特徴を捉えることができる。

(4) 変わり方や対応のきまりを活用する考え (活用の考え)

この考えは、(3) で見つけた対応のきまりや変化の特徴を活用して、例えば、時間と距離と速さ (平均) の関係の理解に発展させたり、日常生活での問題を解決したりする考えである。

児童は、(3) で見つけた 2 つの数量の対応のきまりや変化の特徴を、現実的な問題解決に有効に活用することができて、はじめて事象を関数的に捉えて処理するよさを実感することであろう。こうした学習の体験を積み重ねていくことが、関数の考えを育成することに繋がっていく。

- ② 画用紙が何枚か重ねてあります。
全体の厚さは 6.8cm、重さは 1.2kg です。
この画用紙のおよその枚数を求めよう
と思います。



- ㊦ 厚さ 1cm 分の枚数は 41 枚でした。
画用紙は全部でおよそ何枚あるといえますか。
- ㊧ 画用紙 20 枚の重さは 85g でした。
画用紙は全部でおよそ何枚あるといえますか。

図 9-6 活用の考え (啓林館「わくわく算数 6 年上」)

1.5 関数の考えのよさ

「嵐が吹けば桶屋が儲かる。」という諺があるように、私達には、一見無関係のように思われる事柄の間に、何か因果関係や依存関係があるのではないかと考える傾向がある。また、自然界に潜む法則を見いだそうとしてきた物理学の進歩に代表されるように、科学の様々な分野における研究は、因果関係や依存関係を明らかにしようと探究し続けてきた科学者の努力によるものだといえる。ここまで述べてきた関数の考えは、私達の身の回りにある様々な問題を解決する方法の基礎であるといえる。

関数の考えのよさを整理すると、大きく2つのことが挙げられる。

一つは、2つの数量間の対応関係に気付き、それを用いることによって、複雑な問題場面をより単純な数量関係に置き換えて考察し、より効率的かつ経済的に処理（作業）を行うことができることである。

円周の長ささと直径の長さという2つの数量に比例関係を見抜き、曲がっていて測定することが難しい円周の長さを、それよりも測定のしやすい直径の長さによって求められることは、その一例だといえる。

もう一つは、身のまわりの事象を理想化・単純化して、数学的に処理したり、問題場面の構造をより簡潔・明確・的確に捉えたりして問題を発展的に考察することができるようになることである。



§ 3 変化と関係の指導

本領域の指導にあたっては、関数についての知識・技能を指導することもさることながら、関数の考えが有効に働く場面での学習経験を通して、関数の考えを活用できるようにすることが重要である。

そのためには、関数の考えを活用する様々な学習場面を意図的・継続的に準備をしておく必要がある。

実際の授業においては、関数の考えが働く次の3つの過程のそれぞれに応じて指導の手だてを考えておく必要がある。

① ある数量について、他のどんな数量と関係づけられるのかを明らかにする。

ある数量を決めたときに他の数量は決まるか、その数量に伴って一定の規則に従って変化するかといった見方に立って考察する。

② 伴って変わる2つの数量について、対応や変化の特徴を明らかにする。

対応や変化の特徴を捉えるために、数量の間の関係を表・グラフ・式で表したり、逆に式で表された関係から元の数量や変化の関係を読みとったりすることも考えられる。

③ 伴って変わる2つの数量の間の関係や変化の特徴を生かして問題解決に利用する。

このことを通して、関数の考えのよさを実感させる。

関数の考えは、数量の関係を考察する場面において、有効に働く。その一方で、関数の考えが広く算数の学習において、大切な役割を果たすことにも着目し、他領域の内容を考察する際の役割を検討しておくことが必要である。

こうした指導の事例として、平成29年版小学校学習指導要領解説算数編に示された数学的活動を載せておくので参考にしてもらいたい。

【小学校第6学年】

この活動は、比例についての見方・考え方を働かせて二つの数量の関

係を考察し、乗法の式で表されたほかの場面についても比例であるかどうかを発展的に考えていくことをねらいとしている。

直方体の水そうに水を入れていき、水の量と水の深さの関係を調べる場面において、児童は次のような数学的活動を遂行することが考えられる。

水の量 (dL)	5	10	15	20
深さ (cm)	4	8	12	16

そして、上の表のように整理できたら、表から分かることを考えていく。

「表を横にみると、第5学年の時の学習から比例していることが分かります。」

「表を縦にみて、きまりを考えてみました。表にはない水の量が1 dLのときの深さは、横の関係から0.8になることが分かるので、 $0.8 \times$ (水の量) をすると、深さが分かります。」

「それなら、その関係を式にできそうです。水の量を x (dL)、深さを y (cm) とすると $y = 0.8 \times x$ となります。」

「式にすると、表にないところの組も見付けられます。」

表から数量の関係を考えていく時にこのように表の数値を横に関連付けて変化の特徴をみたり、縦に関連付けて対応の特徴をみたりすることは、第4学年からの学習を生かす場である。

一方、算数の学習で学んだことを振り返り、それを統合的・発展的に捉え直す場を設けていくことも大切である。例えばここでは、比例関係を表した式を振り返り、既習と関連付けて考えていくことが考えられる。

例えば、「 $y = 0.8 \times x$ というような式は、これまでの学習と関連付けられないかな。」という問いである。

「(円周) = (直径) $\times 3.14$ というのと似ているように思います。」

「0.8でなくても、かけ算でよいなら、たくさんあります。面積の公式などです。」

「では、九九の場面や、分数のかけ算の場面も、かけ算だから比例になるのだろうか。」

このようにして、比例として学習していない既習の場면을数量の関係を考察する対象として捉え直していく。そして、比例で学習した表や式、グラフを根拠に次のように説明をしていくことが考えられる。

「私は、 $(\text{円周}) = (\text{直径}) \times (\text{円周率})$ の公式で調べてみました。表にすると直径が2倍、3倍、…になると、円周も2倍、3倍、…になっていたので、比例であることが分かり、またグラフに表してみると、次のようになって水の量と深さのときのグラフと同じであることが分かりました。」

「ぼくは、5年生の時に学習した速さに関する式で、 $(\text{長さ}) = (\text{速さ}) \times (\text{時間})$ が比例するかどうかを調べました。これは、 $y = 0.8 \times x$ と比べると、 (長さ) と (速さ) が比例しているとも、 (長さ) と (時間) が比例しているとも考えられます。」

第6学年で比例を学習することは、このようにこれまで学習してきたかけ算に関する学習内容が全て比例の関係を表しているという見方で統合的にみることができることにつなげることができるということである。

【引用・参考文献】

- ・青山庸(2015),「初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために」,東京書籍.
- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・啓林館(2011),「わくわく5年下」.
- ・啓林館(2011),「わくわく6年上」.
- ・啓林館(2011),「わくわく6年下」.
- ・佐藤俊太郎(2010),「算数・数学教育 つれづれ草」,東洋館出版.
- ・算数教育研究会(2001),「新説 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・算数教育学研究会(2010),「新編 算数科教育研究 改訂版」,学芸図書株式会社.
- ・算数指導アイデア研究会(1991),「教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に」,新興出版社啓林館.
- ・杉山吉茂(2008),「初等科数学科教育学序説」,東洋館出版.

- ・東京書籍(2015),「新しい算数2年下」.
- ・中原忠男編(2000),「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」,明治図書.
- ・中原忠男編著(2011),『新たな学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』,ミネルヴァ書房.
- ・日本数学教育学会(2011),「算数教育指導用語辞典[第4版]」,教育出版.
- ・文部科学省(2008),「小学校学習指導要領解説算数編」.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)

第10章

データの活用

§ 1 「データの活用」領域のねらい

平成 29 年版小学校学習指導要領解説算数編では、「Dデータの活用」の領域のねらいを次の 3 つに整理している。

- ・ 目的に応じてデータを集めて分類整理し、適切なグラフに表したり、代表値などを求めたりするとともに、統計的な問題解決の方法について知ること（知識・技能）
- ・ データのもつ特徴や傾向を把握し、問題に対して自分なりの結論を出したり、その結論の妥当性について批判的に考察したりすること（思考力・判断力・表現力等）
- ・ 統計的な問題解決のよさに気づき、データやその分析結果を生活や学習に活用しようとする態度を身に付けること（学びに向かう力・人間性等）

また、この領域で働かせる数学的な見方・考え方に着目して内容を整理し、次の 2 つにまとめている。

- (1) 目的に応じてデータを収集、分類整理し、結果を適切に表現すること
- (2) 統計データの特徴を読み取り判断すること伴って変わる二つの数量の変化や対応の特徴を考察すること

ここでいう、「目的に応じてデータを収集、分類整理し、結果を適切に表現する」とは、統計的な問題解決活動を指しているが、統計的な問題解決活動においては、「問題 (Problem)－計画 (Plan)－データ (Data)－分析 (Analysis)－結論 (Conclusion)」の 5 つの段階からなる統計的探究プロセス (PPDAC サイクル) と呼ばれるものがある。

問題 (Problem)	・ 問題の把握	・ 問題設定
計画 (Plan)	・ データの想定	・ 収集計画
データ (Data)	・ データ収集	・ 表への整理
分析 (Analysis)	・ グラフの作成	・ 特徴や傾向の把握
結論 (Conclusion)	・ 結論付け	・ 振り返り

表 10－1 統計的探究プロセス（文部科学省 2017）

これら一連のプロセスは「問題」から「結論」に向けて一方向に進んでいくものではなく、計画を立てながら問題を見直して修正を加えてみたり、グラフを作り直して分析したり、ときにはデータを集め直したり、相互に関連し、行き来しながら進むものである。

低学年の学習においては、「問題」や「計画」、「結論」の部分はそれほど重く扱わず、児童にとって身近な題材に注目し、関係するデータを整理しながらデータの特徴を捉えることを中心に行う。

中学年の学習から、身近な題材から問題を設定する活動や、その問題に対して集めるべきデータとその集め方などについても徐々に扱っていくものとする。

高学年では、一連の統計的探究プロセスを意識し、自分たちで問題を設定し、調査計画を立てることや、分析を通じて判断した結論についても別の観点から妥当性を検討できるようにすることも扱う。

⇒問題 (Problem)－計画(Plan)－データ(Data)－分析(Analysis)－結論(Conclusion)を意識させるよう扱っていく。

統計的な問題解決は様々な分野で用いられるようになってきており、統計は社会における必須のツールとなってきた。他教科の学習や児童の生活に関わることがらでも統計的な問題解決は用いることができるため、そのよさを感じて、進んで学習や生活に生かそうとする態度も育てていくことが求められている。

また、「統計データの特徴を読み取り判断する」とは、統計的な問題解決では、結果が定まっていない不確定な事象を扱うため、データの特徴や傾向を捉えても、結論を断定できない場合や立場や捉え方によって結論が異なってくる場合もある。そのため、自分たちが行った問題設定や集めたデータ、表やグラフを用いての分析の仕方など、問題解決の過程や結論について異なる観点や立場などから多面的に捉え直してみたり、誤りや矛盾はないかどうか 妥当性について批判的に考察したりすることが重要である。

そこで、自分たちが行った問題解決活動と結論についてレポートやポスターなどの形式にまとめて発表する活動や、それぞれの問題解決について共有したり議論したりするなどの活動も行くとよい。そうすることによって、表現力を伸ばすことができるとともに、別の観点や立場から捉え直したり、妥当性について考察したりするきっかけとすることがで

きる。また、問題解決活動の体験や共有を通じて統計的な問題解決のよさを感じさせ、他教科等の学習や自分たちの生活においても生かそうとする態度を育てることも大切である。

一方で、統計的な主張はニュースや新聞、雑誌など社会においてもよく触れる機会があるが、調査対象が偏っていたり、本来の特徴や傾向とは異なる印象を相手にもたせるように作られたグラフが用いられたりする場合もあるため、注意深く読み取り、その妥当性について批判的に考察することも大切である。

なお、本領域は、中央教育審議会答申(2017)の算数科の内容構成の改善において示された「社会生活などの様々な場面において、必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており、そのような能力を育成するため、高等学校情報科等との関連も図りつつ、小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容等の改善について検討していくことが必要である」という方向性を受けて、身の回りの事象をデータから捉え、問題解決に生かす力、データを多面的に把握し、事象を批判的に考察する力を育成するとともに、小学校と中学校間での統計教育の円滑な接続のため、新たに設けられた領域である。

§ 2 「データの活用」領域の内容

本領域は、新設の領域であることから、各学年の内容を平成 29 年版小学校学習指導要領及び小学校学習指導要領解説算数編から整理する。
(アンダーラインは筆者による)

【第 1 学年】

(1) 数量の整理に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) ものの個数について、簡単な絵や図などに表したり、それらを読み取ったりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) データの個数に着目し、身の回りの事象の特徴を捉えること。

アー(ア) 絵や図を用いた数量の表現について

ものの個数を数えたり比べたりするとき、例えば、きりん、ぞう、うさぎ、しまうまなどのように幾つかの種類のものについて、種類ごとに分類整理することで数えやすくなるし、図 10-1 のように並べてみることで一目で数の大小を比べることができるようになる。この図からは、うさぎが最も数が多いことやぞうとしまうまが同じ数であることなどを読み取ることができる。

対象を絵などに置き換える際には、それらの大きさを揃えることや、並べる際に均等に配置することが必要であることを理解できるようにする。

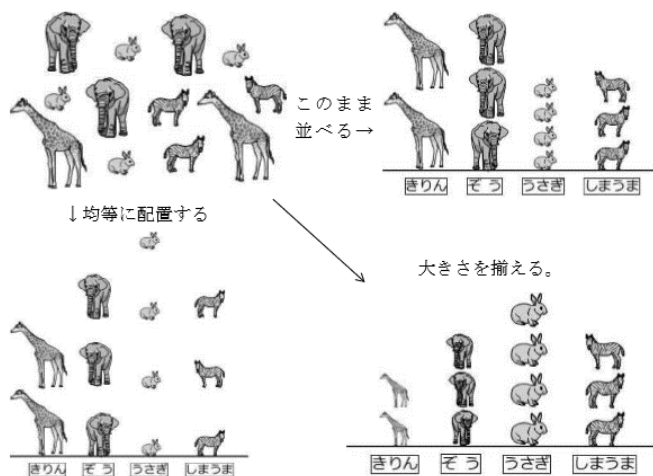


図 10-1 絵を用いた表現 (文部科学省2017)

イー(ア) データの個数に着目し、身の回りの事象の特徴を捉えること

データの個数に着目し、身の回りの事象の特徴を捉えるとは、身の回りの事象に関する数の大小関係を、絵などを用いて整理して表現し、どの項目がどの程度多いのかといったことを捉えることである。

〈数学的活動〉咲いたあさがおをグラフに表す活動～絵グラフ～

この活動は、身の回りにある資料を絵グラフに表すことで、集めた資

料の結果を分かりやすく表現できるようにすることをねらいとしている。

第1学年の生活科であさがおを育てている学校は多い。「先生、僕のあさがおが3つ咲いたよ。」「私4つ咲いたよ。」などと児童はあさがおの咲いている状況を数で表現するだろう。このようなことを捉えて、算数を活用する経験を豊かにする。

教師は色の塗っていないあさがおの絵を幾つも用意し、一人ひとりに咲いた数だけあさがおの絵を渡し、曜日を記入させ、色を塗らせ、台紙に曜日ごとに貼らせる。このようなことを一週間続けた後、この一週間あさがおがたくさん咲いたことについて振り返り話し合う。



個数、曜日、色などの観点から整理することを可能にした記録用紙

児童は、台紙を見ながら、全体の個数や日ごとの数、色別の数などに着目して次々と話し始めるであろう。「一週間で全部で何個咲いたかな。」「何曜日が一番咲いたかな。」「何色が一番咲いたかな。」「クラスで一番咲いたのは誰かな。」

これらの問いの中で、「どの曜日が一番多いかな」という問いから、絵グラフに表したよさに気付くだろう。また、「何色が一番咲いたかな。」という問いに対して、児童はあさがおの絵を色ごとに並び替えたグラフを作るだろう。

このような活動を行うことで、整理する観点によって並び方を変えると、同じ資料でも絵グラフが変わり、よく分かることも変わることを感じることができる。こうした活動は次学年以降の学習につながっていく。

【第2学年】

(1) データの分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 身の回りにある数量を分類整理し、簡単な表やグラフを用いて表したり読み取ったりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) データを整理する観点に着目し、身の回りの事象について表やグラフを用いて考察すること。

アー(ア) 簡単な表やグラフ

身の回りにある数量について、分類整理して簡単な表やグラフに表することで特徴が捉えやすくなる。ここでいう簡単な表とは、観点が1つの表である。また、簡単なグラフとは、○などを並べて数の大きさを表したグラフのことである。このような表やグラフから、個数が最も多いなどの特徴を読み取ったりすることができるようにする。

イー(イ) データを整理する観点に着目すること

データを整理する観点に着目し、身の回りの事象について表やグラフを用いて考察するとは、データを分析する際に注目する観点を定め、その観点に沿って分類整理し、簡単な表やグラフに表してデータの特徴を読み取り、事象について考察することである。

例えば、町探検で見付けたお店や施設をカードにかいたデータがあったとする。これらを整理する際に、どの町に多いのかという観点や、どんな規模のものが多くのかといった観点に着目することで、分類整理の仕方が異なる。何を知りたいかによって、着目する観点を考えられるようにする。

〇〇町	△町
パンやさん	タオルこう場
小さい おみせ	大きい こう場

複数の観点から整理することを可能にした記録用紙

イー(ア) 身の回りの事象について表やグラフを用いて考察すること

カードを並び替えて整理することもできるが、表やグラフを用いることで簡潔に、視覚的に分かりやすくなることに気付き、考察できるようにする。

例えば、先の例でどの町に多いのかに着目して分類整理すると、図 10-2 のような表やグラフにまとめられる。

こうしてまとめた結果を読み取ることで、自分たちの校区では、どの町に施設が多いかなどを知ることができるだけでなく、「○町は大きな道路があるからお店やさんが多いのだろう」、「☆町はほかの町より狭いので少ないのだろう」といった考察ができる。

校くのしせつしらべ(こ)

○町	△町	□町	☆町
7	4	4	2

校くのしせつしらべ

○			
○			
○			
○	○	○	
○	○	○	
○	○	○	○
○	○	○	○
○町	△町	□町	☆町

図 10-2 表や図を用いたまとめ
(文部科学省 2017)

〈数学的活動〉データを整理して判断する活動～簡単な表の利用～

この活動は、学級の一人一人の意見の中で人気があるものを把握することを通して、データを整理して判断することができるようにすることをねらいとしている。

学級のみんなで何をして遊ぶのかをデータを基に決める場面で、遊びの候補が 6 つあり、児童が各自 1 つずつ選んだ結果が名簿にまとめられている元のデータを観察する。遊びを決めるという目的から、「どれが一番人気があるのか」「それぞれを選んだ人が何人ずついるのか」といった問題が生まれてくる。

そこで、この問題の解決のために、各候補について何人が選んでいるのかを集計し、見やすく表に整理する。また、それを絵グラフに表すことで、それぞれを選んだ人数の違いが視覚的に捉えやすくなり、結果をみんなに伝えたり、共有しやすくなったりする。

図10－3のように整理された表やグラフから、一番人気があるもの、次に人気があるもの、またそれぞれの候補の人数の違いなど様々な情報を読み取ることができる。絵グラフや表から結果を読み取る過程で、「外遊びと中遊びがまじっているから、晴れの日の遊びと雨の日の遊びに分けて、もう一度調べてみよう。」といった新たな問題解決活動へとつながることも考えられる。

こうした活動を通して、観点を定めてデータを整理し特徴を把握することや、身の回りの事象についてデータを通じて考察する力を育成する。



図10－3
表やグラフを用いたまとめ
(文部科学省,2017)

【第3学年】

(1) データの分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 日時の観点や場所の観点などからデータを分類整理し、表に表

したり読んだりすること。

(イ) 棒グラフの特徴やその用い方を理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) データを整理する観点に着目し、身の回りの事象について表やグラフを用いて考察して、見いだしたことを表現すること。

(8) 内容の「Dデータの活用」の(1)のアの(イ)については、最小目盛りが2、5又は20、50などの棒グラフや、複数の棒グラフを組み合わせたグラフなどにも触れるものとする。

アー(ア) データの分類整理と表

この学年では、日時、曜日、時間や場所などの観点から分類の項目を選び、資料を目的にあった手際のよい方法で、分かりやすく整理することを通して、表の意味を理解し、表を用いて表したり、表を読んだりすることができるようにすることをねらいとしている。

また、日時の観点や場所の観点など1つの観点を作った組み合わせで、1つの表にまとめた簡単な二次元の表を取り扱い、組み合わせで作成した表を読むこともできるようにする。

そのため、次の点に配慮するようにする。

- ① 目的を明らかにし、集める資料の条件を考えたり、目的にあった分類の観点を選んだりすること。
- ② 資料に落ちや重なりがないように項目を決めたり、資料を分類したりすること。

指導に当たっては、機械的に処理したり表を考察したりするだけではなく、児童自身が課題を明確に捉え、それに沿って資料を積極的に集め、観点を決めて分類整理してこうとする態度や能力を伸ばすよう配慮することが大切である。

そのためには、資料に落ちや重なりがないか調べたり、集計に当たって誤りがないか確かめたりするなど、誤りがおきにくいような方法を工夫する活動を重視する必要がある。その際、合計欄の意味に着目させ、合計の数と資料の数が一致しているかを確かめるなど、表の知識や技能を活用できるように指導する必要がある。

なお、表については、分類の仕方や、表し方に様々な種類があるの

で、それぞれの特色について理解したり、目的に応じて用いたりことができるようにすることが大切である。

アー(イ) 棒グラフの特徴と使い方

第3学年では、棒グラフについて、数量の大小や差などを読むことに加えて、最大値や最小値を捉えたり、項目間の関係、集団のもつ全体的な特徴などを読み取ったりすることができるようにすることをねらいとしている。

その際、表と関連付けながら、児童が見いだしたことを表現することを通して、データの中の数量の大きさの違いを一目で捉えることができるという棒グラフの特徴についても気付くことができるようにする。

指導に当たっては、児童の分かりやすく表そうとする工夫を生かしながら、項目の取り方や並べ方、表題の付け方などについて正しく指導する必要がある。

また、目盛りの付け方、読み方については、ものさしを用いた測定の際の手続きや数直線の日盛りの付け方を生かす指導とも関連して、最小目盛りが1、10、100に当たるものを中心とし、「内容の取扱い」の(8)にあるように、目的によっては最小目盛りが2、5又は20、50などに当たるものについても、読んだりかいたりできるようにする。

その際、同じグラフを異なる目盛りの付け方で表した複数のグラフを比較したり、何種類かのグラフ用紙の中から適切な用紙を選択したりする活動を通して、グラフ用紙の大きさなどに応じて目盛りの付け方を工夫し、目的にあった目盛りを用いることができるようにする。

また、「内容の取扱い」の(8)には、「複数の棒グラフを組み合わせたグラフなどにも触れるものとする」と示している。1つの観点で作成した表を組み合わせた表について棒グラフに表す際、複数の棒グラフを組み合わせたグラフができることにも気付かせ、このような棒グラフを読むことができるようにする。

イー(イ) データを整理する観点に着目すること

データを整理する観点に着目するとは、データをどのように分類整理すればよいかについて、解決したい問題に応じて観点を定めることである。

例えば、学年全体で遊び調べをして、児童の学級、性別、好きな遊びや嫌いな遊び、よくする遊びやしたことがない遊びなど様々なことを調

べたデータがあった際に、分類整理する観点によって特徴として捉えられることは変わってくる。どの観点で整理することでどんな特徴が捉えられるか考察することが必要になってくる。

身の回りの事象について表やグラフを用いて考察するとは、自分たちの生活する身の回りの様々な事象における、解決したい問題に応じて定めた観点によって、データを表に分類整理したり、グラフにまとめたりすることで特徴や傾向を捉え考察することである。

例えば、遊び調べのデータについて、学級ごとに好きな遊びに違いはあるのかを分析するという観点で、図 10-4 のように分類整理したり棒グラフに表したりすることで、どちらのクラスも「ハンカチ落とし」や「いす取りゲーム」は好きな人が多いといった特徴を捉えることができ、その背景として例えば「室内で皆が遊べる遊びは、ほかにあまりないからだろう。」といった考察をしていくようにする。

1 組の好きな遊び

種類	人数
ハンカチ落とし	7
いす取りゲーム	6
かくれんぼ	5
おにごっこ	3
かんけり	2
合計	23

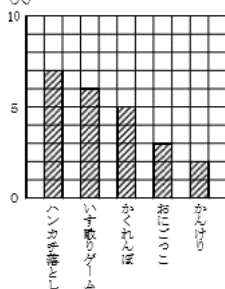
2 組の好きな遊び

種類	人数
ハンカチ落とし	5
いす取りゲーム	6
かくれんぼ	3
おにごっこ	4
かんけり	3
合計	21

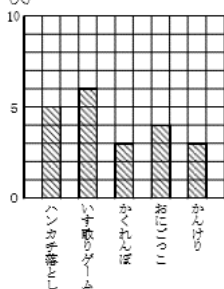
クラスごとの好きな遊び

種類	1組	2組	合計
ハンカチ落とし	7	5	12
いす取りゲーム	6	6	12
かくれんぼ	5	3	8
おにごっこ	3	4	7
かんけり	2	3	5
合計	23	21	44

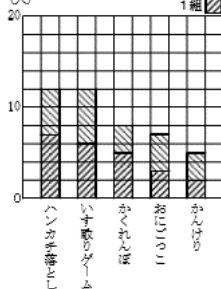
(人) 1 組の好きな遊び



(人) 2 組の好きな遊び



(人) 3 年生の好きな遊び 2 組 1 組



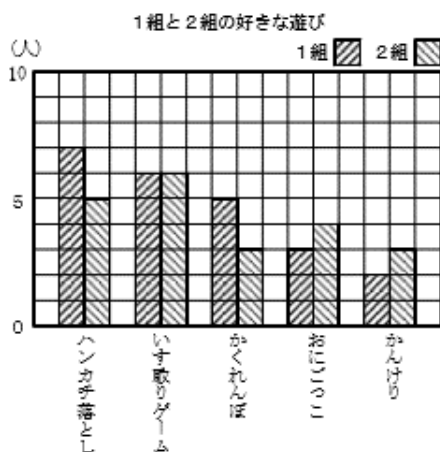


図 10-4
二次元の表や棒グラフ
(文部科学省,2017)

イー(イ) 見いだしたことを表現すること

見いだしたことを表現するとは、表やグラフから特徴や傾向を捉えたり、考察したりしたことを、表のどの部分から、あるいはグラフのどの部分からそのように考えたりしたのかを、ほかの人にも分かるように伝えることである。

その際、部分と部分や、複数のグラフを比べ、同じところや似ているところ、少し違うところや大きく違うところなどを見いだし、表現できるようにするとともに、伝え合うことで様々な考えがあることに気付くことができるようにする。

〈数学的活動〉

集めたデータを表やグラフを表して伝え合う活動～棒グラフ～

この活動は、自分たちの住む町の交通量について調べたものを分類整理して表やグラフに表し、それを用いて考えたことを伝え合うことを通して、データを整理する観点に着目し、身の回りの事象について表やグラフを用いて考察して、見いだしたことを表現できるようにすることをねらいとしている。

自分たちの住む町には、場所によって車や人の通る数がとても多い通りがあり、「どのぐらい多いのかを分かりやすく表せないか」という問題場面において、統計的な方法を用いて調べて表していこうとして、児

童は次のような数学的活動を遂行することが考えられる。

ある地点の通行の実際の様子をビデオなどで見て、通行量の多い通りでは、人や車の数を容易には数えることができないことに気付いたり、場所により通行量に違いがあることや、車や自転車、歩行者といった実際に通る種類も違うことなどに気付いたりするだろう。

このようなことから、「どのように数えたらよいのか」という問いや、方向別に数える必要があることや車か歩行者か自転車かといった手段別に数える必要があることなど、観点を決める必要性が生じ、分類整理する見通しをもつことができる。実際に分担して、ある1時間に、調べた結果を表10-2にまとめる。

●場所(東橋) ●方向(川向うから来る方)				●場所(南小学校前) ●方向(川下へ下る方)			
種類	自動車	自てん車	歩行者	種類	自動車	自てん車	歩行者
数	32	10	18	数	12	8	10

●場所(東橋) ●方向(川向うへ行く方)				●場所(南小学校前) ●方向(川上へ上る方)			
種類	自動車	自てん車	歩行者	種類	自動車	自てん車	歩行者
数	45	23	20	数	15	15	20

表 10-2 通行量を表した表 (文部科学省2017)

そして、次に集めたデータを、分かりやすく表すにはどうしたらよいかを考え、観点を決め、伝えたいことに関する情報だけを抽出し、見て分かりやすいグラフにまとめていく。

「自転車はどこが多いのかを分かりやすく表すために、自転車だけの表からグラフにしよう。」「私は車の数を棒グラフで表してみよう。」「全部を1枚に表すために、組み合わせたグラフを作成しよう。」といったように、児童は、それぞれ自分の思いに従って主体的に取り組んでいく。

グラフに表した後、そこから見いだした特徴や傾向、そして考えたことを、グラフと対応させながら、自然と伝え合う活動が始まる。

「この通りは車がとても多いです。この道は、となりの町へつながる大きな道だからだと思います。」「こっちの場所は人や自転車がたくさん通っています。駅や商店街につながっているし、車が少ないからだと思います。」「○さんのグラフと□さんのグラフを合わせると、この通りは

車も人も少ないことが分かるね。」など、自分の考えを表現したり、友達の表現したものを比べて新たに考えたりしていく。

こうして様々な観点とそれに対応するグラフに触れ、そこから読み取れることを相互に考える機会をもつことで、目的に応じてグラフに表すとよいことを学ぶとともに、主張によって適切なグラフの表し方が異なることにも気付き、児童の統計的な問題解決活動が深まることが期待できる。

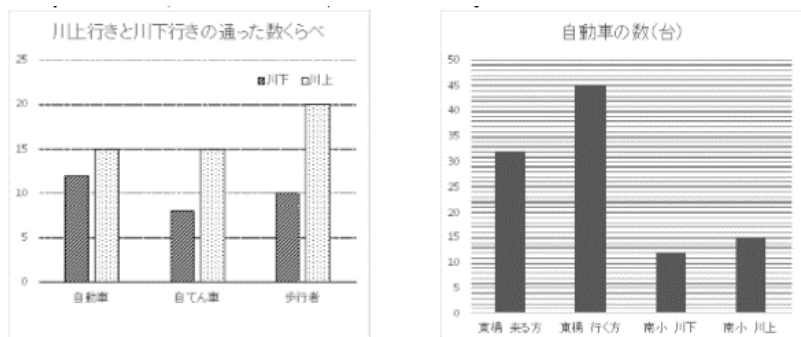


図 10-4 通行量を表したグラフ (文部科学省2017)

【第4学年】

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) データを二つの観点から分類整理する方法を知ること。

(イ) 折れ線グラフの特徴とその使い方を理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し、その結論について考察すること。

(9) 内容の「Dデータの活用」の(1)のアの(ア)については、資料を調べるときに、落ちや重なりがないようにすることを取り扱うも

のとする。

(10) 内容の「Dデータの活用」の(1)のAの(イ)については、複数列のグラフや組み合わせたグラフにも触れるものとする。

アー(ア) 二つの観点から分類整理する方法

この学年では、日時、曜日、時間や場所などの観点から項目を2つ選び、分類整理して表を用いて表したり、そうした表を読んだりすることができるようにすることをねらいとしている。その際、データを集めて分類整理するに当たって、目的に応じ、ある観点から起こり得る場合を分類し、項目を決めることが必要である。

また、A、Bの二つの観点からデータを調べるとき、Aから見てデータは「性質aをもっている」と「性質aをもっていない」の場合が考えられ、またBから見てデータは「性質bをもっている」と「性質bをもっていない」の場合が考えられる。そのとき、これらを組み合わせると、データについてA、B二つの観点から見て、4つの場合が考えられる。このように、二つの観点から、物事を分類整理したり、論理的に起こり得る場合を調べたり、落ちや重なりがないように考えたりすることもできるようにする。

なお、「内容の取扱い」の(9)では、「資料を調べるときに、落ちや重なりがないようにすることを取り扱うものとする」と示している。ここで取り扱う落ちや重なりがないようにすることについては、データの読み飛ばしのないように順序よく数えること、あらかじめ起こり得る場合を整理すること、重複して数えることがないように数えたデータに色や印を付けることなど、数え間違いをなくす方法を具体的に指導する必要がある。その際、正しい結果が得られるように間違いをなくしていこうとする態度を養うよう配慮する必要がある。

アー(イ) 折れ線グラフの特徴と使い方

「C変化と関係」領域では、関数的な関係を表すことに関して折れ線グラフを指導している。「Dデータの活用」領域においては、時間の経過に伴って、データがどのように変化するかを表すために折れ線グラフを用いている。一般的には横軸に時間経過、縦軸にデータの値を記入し、各時間に相当する大きさを点で表し、それを折れ線で結んで変化を表す。

指導に当たっては、折れ線グラフについて、紙面の大きさや目的に応

じて、適切な一目盛りの大きさやグラフ全体の大きさを決めることができるようにする。

その際、同じグラフであっても、折れ線グラフの縦軸の幅を変えることなどによって、見え方が異なることに気付かせるようにする。

また、「内容の取扱い」の(10)では、「複数系列のグラフや組み合わせたグラフにも触れるものとする」と示している。ここで取り扱う複数系列のグラフや組み合わせたグラフについては、例えば、気温の変化を折れ線グラフで表し、太陽のかげの長さを棒グラフで表したり、2つの地域の気温の変化を1つのグラフ用紙に表したりするなどである。このように2つの種類のグラフを組み合わせたものについても扱い、特徴を読み取れるようにする。

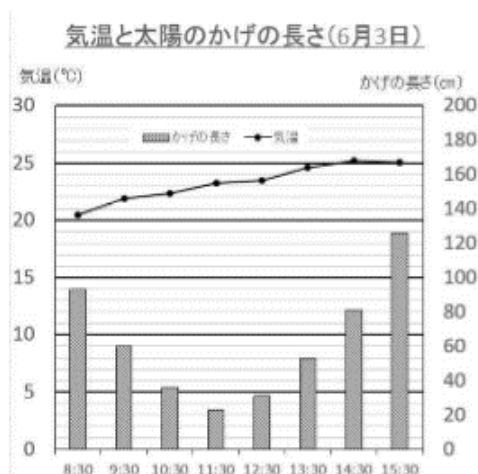


図 10-5
2種類のグラフの組み合わせ
(文部科学省,2017)

イー(ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理すること

目的に応じてデータを集めて分類整理するとは、解決すべき問題や調べてみたいことがらに関して適したデータを収集し分類整理することである。

まず、児童にとって身近な興味や気付きなどから、判断や考察したい事象を問題場面として設定できるようにする。例えば「図書室にある怖い話の本は、人気があるから借りにくい。」という気付きがあり、そこから「怖い話の本は、どんな人たちがよく借りているのか。」というような問題場面を設定したとする。

次に、この問題を解決するという目的でデータを集めることになる。その際、結果の見通しを立てることで観点がはっきりし、分類整理できるようになる。先の例では「怖い話の本は文字が多いので、主に高学年の児童に人気があるのだろう。」「怖い話は、〇年生の国語の教科書に出ていたので、〇年生がその学習をする時期に借りるのではないか。」というような見通しをもつことで、データを集める観点をはっきりさせると、低学年と高学年など学年別にデータを集める、時期別にデータを集める、という計画が立てられる。

そして、アンケートや聞き取り、幾つかの怖い話の本の貸し出しリストなどから、必要とするデータを集め、表などに分類整理することになる。

イー(ア) データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断すること

各々の観点で集めたデータを、どのように整理して表せば問題に対する結論を出しやすいかを考える。

第3学年までに学習している一次元の表や、絵グラフ、棒グラフだけでなく、二次元の表や折れ線グラフについても知り、それらから適切なグラフや表を選択する。

先の例は質的データであり、各々を一次元の表にまとめることで特徴や傾向をつかみ、結論を導くことができるが、二次元の表にまとめると新たな結論も見いだせる。

また、グラフに表す場合、この例は時系列データではないので折れ線グラフでなく、棒グラフを用いる方が適当であると判断し、棒グラフを選択することになる。一次元の表から棒グラフをかくことや、二次元の表からは複数の棒グラフを組み合わせたグラフをかくことで、その特徴を表すことができる。

イー(ア) 結論について考察すること

こうして集めたデータを分類整理し、表やグラフなどに表して導いた結論が、問題の解決にかなうものであるかどうか、また結論は誤りではないか、ということを考察する。結論が誤りかどうかは、データの集め方や他との比較を考えることで考察しやすくなる。

例えば先の例では、怖い本だけでなく図書室の利用者数に男女のかたよりがあるのではないかと、といったことや、ほかの本と比べずに人気が

あるかどうか判断してよいか、といったようなことである。

〈数学的活動〉

2つのグラフを比べ判断したことを考察し、グラフを作り替え考察を深める活動 ～折れ線グラフ～

この活動は、2つのグラフを比べて判断したことを考察し、より適切なグラフに作り替えて考察を深めることができるようにすることをねらいとしている。

統計的な主張は取り上げる特徴やグラフの作り方などで、本来の特徴や傾向とは異なる印象を他者に与えることができる。主張の内容をそのまま受け止めるのではなく、「このグラフから導く結論は、これで正しいのか。」という視点で振り返って考えることが大切である。

2つの小学校の図書委員会が協力して読書運動を進めているとする。それぞれの学校の図書委員が、読書運動を進めた成果を表すために、「物語」の貸出し冊数の変化の様子を、折れ線グラフにそれぞれまとめた。どちらの学校が、読書運動がうまくいったのか、グラフを比較して考える場面があるとする。この場面において、児童は次のような数学的活動を遂行すると考えられる。

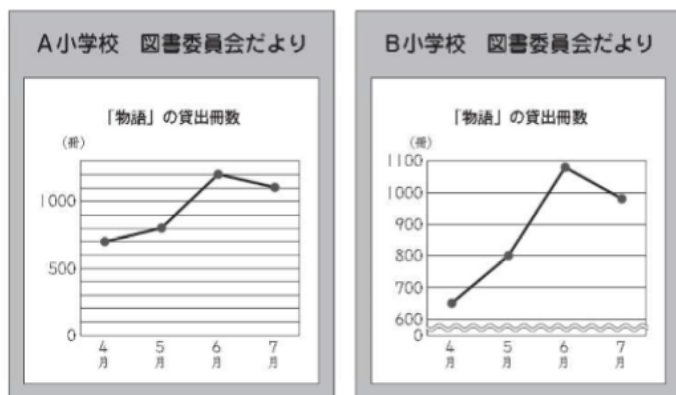


図 10-5 各校の貸出冊数を表したグラフ（文部科学省2017）

折れ線グラフは、線の傾きで変化の様子を捉えるグラフである。そこで、まず、折れ線グラフの線だけを見て分かることを交流し合

う。B小学校の方が増え方が急であること、A小学校は初めからあまり少ないこと、B小学校は読書運動をする前はあまり貸し出し冊数が多くないこと、B小学校の最も冊数の多い月は、A小学校を上回っていることなどである。

しかし、本当にそうだろうか。そのような判断が正しいかどうかは、どこを見るとよいのだろうか。そのような問題意識から、2つのグラフをより詳しく比べて読み、判断したことを伝え合う。

縦軸をよく見ると、目盛りの間隔が違うこと、B小学校のグラフは、変化の様子を見やすくするために、省略を示す線が使われていること、グラフの数値を読むと、6月はA小学校の方が貸し出し冊数が多いこと、それぞれのグラフから貸し出し冊数を読み取るとA小学校は400冊、B小学校は300冊増えていることなどである。

このようなことから、A小学校とB小学校の「物語」の貸し出し冊数の変化の様子を分かりやすくするために「これらのグラフをどのように作り替えるといいか。」と問いをもつことが考えられる。

そして、縦軸の目盛りを同じにすればよいことや1つのグラフとしてまとめればよいことなどの見通しをもち、解決活動に入る。

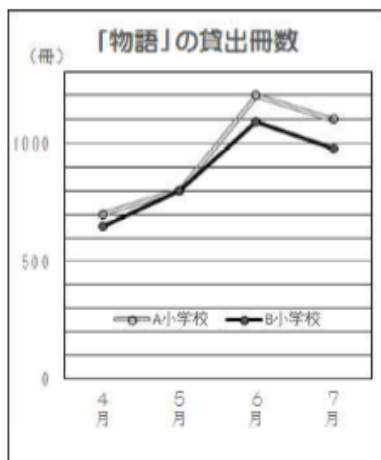


図 10-6
作り替えたグラフ
(文部科学省,2017)

例えば、図 10-6 のようにグラフを作り替える。そして学習を振り返り、折れ線グラフの傾きは、縦軸の目盛りの幅によっては急になって

しまい、大きく変化しているという誤った印象を与えやすくなることや、統計的な主張を聞く際には、このような見かけに惑わされないことが大切であることなどをまとめることができる。

【第5学年】

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 円グラフや帯グラフの特徴とそれらの用い方を理解すること。

(イ) データの収集や適切な手法の選択など統計的な問題解決の方法を知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し、その結論について多面的に捉え考察すること。

(5) 内容の「Dデータの活用」の(1)については、複数の帯グラフを比べることに触れるものとする。

アア(ア) 円グラフや帯グラフの特徴と用い方

円グラフも帯グラフも、事象にある数量の関係を割合で捉え、基準量と比較量との関係をグラフとして表したものである。

円グラフは、データを分類整理した際の各項目の割合に対応させて、円をおうぎ形に区切って表したグラフのことである。1/2や1/4といった割合を捉えやすいという特徴がある。

なお、円グラフについては、10等分又は100等分の目盛りの入った用紙を用いる。帯グラフは帯状の長方形を割合に対応させて幾つかの長方形に区切って表したものである。「内容の取扱い」の(5)では、「複数の帯グラフを比べることに触れるものとする。」と示している。複数のデータについて項目の割合を比較するには、帯グラフが便利である。

例えば、ある項目間の比較について、年次変化を合わせて分析する場合などである。ただし、複数の帯グラフを用いる際には、各帯グラフの合計が異なっている場合があり、そのような場合には割合が小さくなっ

ていても実際のデータとしては大きいなど、見た目では比較ができない場合があるため注意が必要である。

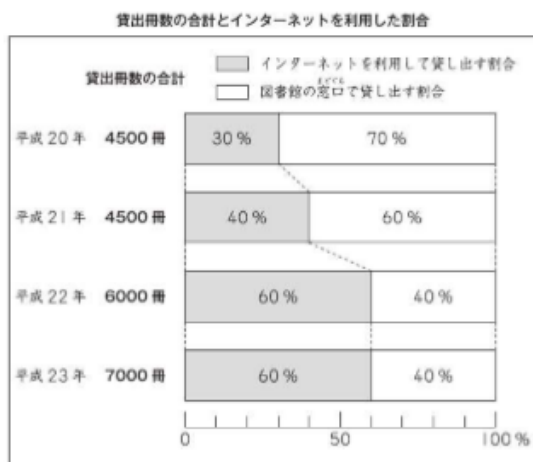


図 10－7
調査問題
(文部科学省,2017)

図 10－7 は、平成 25 年度全国学力・学習状況調査小学校算数 B の 5 の例であるが、平成 22 年と 23 年について、インターネットを利用して貸し出す割合は同じ 60% であるが、合計冊数が異なっているため、それぞれの年のインターネットを利用して貸し出した本の冊数は異なっている。

アー(イ) 統計的な問題解決の方法を知ること

第 5 学年では、身の回りの事象について、その事象の因果関係や傾向を漠然と 捉えるだけでなく、データに基づいて判断する統計的な問題解決の方法を知り、その方法で考察していくことができるようにする。統計的な問題解決とは、以下に述べる「問題(Problem)－計画(Plan)－データ(Data)－分析(Analysis)－結論(Conclusion)」という 5 つの段階を経て問題解決することである。

- ① 身の回りの事象について、興味・関心や問題意識に基づき問題を設定すること
- ② 見通しを立て、どのようなデータを、どのように集めるかについて計画を立てること
- ③ データを集めて分類整理すること
- ④ 目的に応じて、観点を決めてグラフや表に表し、特徴や傾向をつか

むこと

⑤ 問題に対する結論を得ること

その際には、自分たちが学習した分析手法の中でどれを用いて分析するかを計画の段階で視野に入れたり、分析手法に合わせたデータの集め方などを考えたりすることも大切である。

また、得られた結論についてや、問題解決の方法の各段階が適切な選択に基づいたものであったかについて、振り返って考え直す態度を養うことにも留意する。

イー(7) 目的に応じてデータを集めて分類整理すること

まず、児童にとって身近な興味や気付きなどから、判断や考察したい事象を問題場面として設定できるようにする。

例えば「このクラスは風邪をひいている人が多い。」という気付きがあるとする。そこから、「自分たちの学校で風邪をひいている人が多いのは何年生なのか。」というような問題として設定できるようにし、解決する目的を明確にもてるようにする。

次に、それを解決する目的でデータを集める計画を立てる。データの集め方に関して「かぜをひいている・ひいていない・かぜがなおった」といった選択肢を用意して集めるのかどうか、風邪をひいた回数までたずねるのか、といった点についても、分析を見通した計画を考えられるようにする。また、分類整理するために観点を決めることは前学年のとおりである。そしてデータを集め、分類整理する。

イー(7) データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断すること

集めたデータを分析するに当たり、データの種類や項目の数を考え、目的に応じて、これまでに学習してきている簡単な表や二次元の表、棒グラフ、折れ線グラフ、円グラフ、帯グラフといった表現から適切なものを選択して表してみることで、特徴や傾向をつかみ、判断していくようにする。

例えば、「学年によって風邪をひいている児童の割合はどのようにちがうのか。」ということが問題であれば、学年別に風邪をひいている児童の割合を整理し、それを複数の帯グラフに表して並べてみることで、割合の違いを明確に捉えることができる。そうして、「風邪をひいている児童の割合は〇年が他の学年よりはっきりと多い。」というような判

断ができる。

イー(7) 結論について多面的に捉え考察すること

自分たちが出した結論やデータについて、別の観点から見直してみることで、異なる結論が導きだせないかどうかを考察できるようにする。

そのためには、割合でみていたものを量で見直してみたり、観点を变えて整理し直してみたりすることが必要となる。先の例では、風邪をひいている児童の割合が多い学年が3年生だったとしても、風邪が治った人も併せると5年生の方が多かった場合に、風邪をひいた人が多いのは3年生と結論付けてよいのかどうかを再度検討してみることである。

(2) 測定した結果を平均する方法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(イ) 平均の意味について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 概括的に捉えることに着目し、測定した結果を平均する方法について考察し、それを学習や日常生活に生かすこと。

アー(7) 平均の意味

平均については児童が形式的に計算できればよいというのではなく、その意味を理解することが必要である。測定した結果を平均する方法については、多いところから少ないところへ移動しなすという方法や、全てを足し合わせたのち等分するという方法が考えられるが、それらの方法と平均の意味を関連させて理解できるようにする。

また、測定には必ず誤差が伴うことに気付かせ、それを考慮に入れた測定値の平均についても指導する。一般に、一つのものの測定値として幾つかの数量があったとき、それらを同じ大きさの数量になすことでより妥当な数値が得られる場合がある。そこで測定値を平均する考えを用いることを指導する。測定値を平均するのは、測定する対象がもつ真の値に近い値を得るためである。

例えば、ある三角形の周りの長さを調べるために、何人かの児童が3つの辺の長さを測るとする。すると、1mmより細かくは物差しで測れないので誤差が生じることがある。そこで、何人かの児童が調べた結果を平均することで、真に近い値を得ようとする。また歩測によってある長

さを調べる場合、その処理方法としては、何度も往復して歩数を何回か測り、これを平均したものが用いられる。

その際、飛び離れた値や、予想外の値があった場合にそのわけを一応調べさせ、場合によっては、それらを除いて平均を求めたりすることなども考えられるようにする。測定値を平均することは、日常生活だけでなく理科などでも活用して用いられるようにする。

なお、測定値を使って計算するときには、答えの数の桁数を、測定値の桁数より多く出してもあまり意味がないので、元の測定値の桁数程度にとどめるのが普通である。

イー(ア) 概括的に捉えることに着目し、測定した結果を平均する方法について考察し、それを学習や日常生活に生かすこと

何らかの対象を測定した場合に、適当な計器を用いて正しく測った場合でも測るたびに測定値が若干異なっていたり、人によって値が異なったりすることがある。それらの値は真の値に近いものが得られていることは予想でき、また、多く得られている値がおそらく真の値に近いだろうということも予想できるはずである。そこから、得られた測定値を平均してみるということをすれば、集めた測定値のほとんどを生かすことができ、より信頼できる値を求めることができる。

測定した結果を平均する方法については、多いところから少ないところへ移動させなすという方法や、全てを足し合わせたのち等分するという方法が考えられ、これらの方法について考察し、平均の考えを理科の学習をはじめ、日常生活に生かすことができるようにする。

〈数学的活動〉

データに基づいて身の回りの問題を解決する活動～学年とけがの関係の考察～

この活動は、目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向を分析して対策を立てることができるようにすることをねらいとしている。

日常生活において、問題に感じることや改善したいことなどに対して、ただ漠然と取り組んでみたり、勘や個人的な経験則を頼りにしたりしていても効果が出ないことがある。そういった事柄に対しては、データを収集し分析することで実態を的確に把握し、そこから解決策を見い

だしたり効果的な対策を講じたりすることができることがある。

小学校のけがについて考察する場面において、児童は次のような数学的活動を遂行すると考えられる。

けがについて学習していた際に、「下学年の児童の方が、けがが多そうだ。」という予想をしていたのに、保健だよりなどから、どの学年も同じくらい的人数がけがをしていることを知ったとする。そこから「どの学年も、本当に同じようにけがをしているのか。」について調べていく。けがをした人数が同じくらいであることが分かったが、ほかに何を調べれば詳しく分かるのかを考える。

学年によって人数が異なるので、単純に量だけで比べられないことから、調べる対象によっては、割合で比べることも必要であることが分かる。そして、「学年によって、けがをする場所に違いはあるのか。」「けがの種類には、違いがあるのか。」「けがの程度に違いはあるのか。」といったような調べる内容を決める。

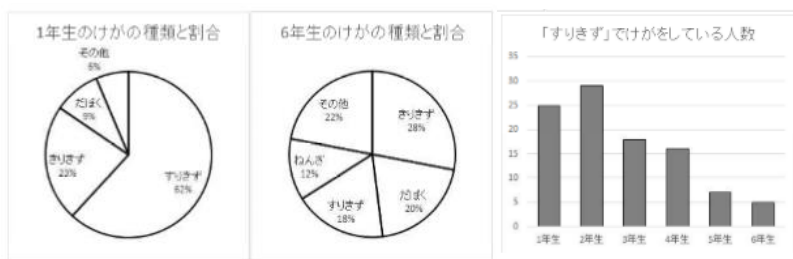


図 10-8 割合で表したグラフ（文部科学省2017）

どんなデータがあればよいのかを決めれば、次はそのデータを収集することである。どのようにデータを収集するかについても検討できるようにすることが望ましい。収集したデータを分析するため、これまでに学習したような表やグラフにまとめてみる。観点を2つ取り出して二次元の表に整理することや、その内訳を量的に見るなら棒グラフ、割合的に見るなら帯グラフや円グラフというように目的に応じて適切なグラフを選択し表現していく。

このとき、全員が同じ観点で分析をしていたのではない。問題を個人やグループごとに分析している。そこで、その結果を交流することで、別の観点から分析した結果を知ることができる。例えば図 10-8 のよ

うな棒グラフを見ると、1年生がすりきずが多いということだけでなく、下学年ではすりきずが多いという傾向が読み取ることができる。

このようにして、データを集めて分類整理し、適切な表やグラフを選択して表現し、多面的に捉え考察することでの確かな判断が可能となることを学ぶ機会とするのである。

また、このような活動の方法全体を振り返り、どのようにして結論に至ったかを整理することで、統計的な問題解決の方法を知ることの定着につながると考えられる。

こうした活動を通じて、自身が問題に感じたことに対して、データを通じて客観的に捉えようとする見方を養い、適切なデータ収集方法や分析の仕方を含めた問題解決の進め方を学び、進んで生活に生かそうとする態度を育てていく。

【第6学年】

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 代表値の意味や求め方を理解すること。

(イ) 度数分布を表す表やグラフの特徴及びそれらの用い方を理解すること。

(ウ) 目的に応じてデータを収集したり適切な手法を選択したりするなど、統計的な問題解決の方法を知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、代表値などを用いて問題の結論について判断することとともに、その妥当性について批判的に考察すること。

〔用語・記号〕 ドットプロット 平均値 中央値 最頻値 階級

ア(ア) 代表値の意味や求め方

量的データの特徴を読み取る場合、データ全体を表す指標として平均値、中央値、最頻値などの代表値を用いる場合があり、第6学年では、これらの意味について理解し、これらを用いることができるようにす

る。平均値は、データの個々の値を合計し、データの個数で割った値、中央値はデータを大きさの順に並べたときの中央の値、最頻値はデータの中で最も多く現れている値のことである。

なお、日常的には平均値は平均ということもある。一つの数値で表すことで、データの特徴を簡潔に表すことができ、複数のデータを比較することも容易になる。しかしその反面、分布の形などの情報は失われているので代表値の用い方には留意する必要がある。また、平均値は一般にもよく用いられる指標であるが、代表値として適切であるとはいえない場合があるため、このような場合について指導する。例えば、分布が非対称であったり多峰性であったりする場合や、極端にかけ離れた値があったりすると、平均値はデータが集中している付近からずれてしまうことがあり、そのような場合には代表値としてふさわしくない。

このようなとき、中央値や最頻値を代表値として用いる。また、代表値として用いる目的から、平均値がふさわしくない場合もある。例えば、ある靴メーカーが、来年、どのようなサイズの靴を多く製造するかを決める場合、今年1年間に売れた靴のサイズの平均値を求め、その平均値のサイズの靴を来年、最も多く製造するようなことはしない。この場合は、最も多く売り上げがあった靴のサイズ、つまり最頻値を用いる方が望ましい。

このように、代表値を用いる場合は、資料の特徴や代表値を用いる目的を明らかにし、どのような代表値を用いるべきか判断する必要がある。量的データの散らばりの様子や代表値の意味を捉えやすくするための方法としてドットプロットがある。第6学年では、データをドットプロットに表したり、ドットプロットからデータの特徴や傾向を読み取ったり、最頻値や中央値を見付けたりできるようにする。ドットプロットとは数直線上の該当する箇所にデータを配置し、同じ値のデータがある際には積み上げて表したものである。ドットプロットを用いることでデータの散らばりの様子が視覚的に捉えやすくなる。図10-9は、学級内で地域の空き缶拾いの缶の数を調べてまとめたドットプロットであるが、最も高く積み上がった2本が最頻値ということになる。

空き缶拾いの缶の数

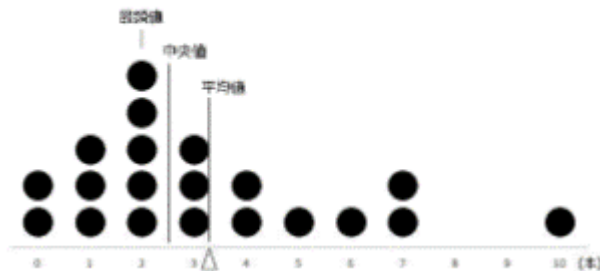


図 10-9 ドットプロット (文部科学省2017)

アー(イ) 度数分布を表す表やグラフの特徴と使い方

量的データの分布の様子や特徴を捉えるための統計的な処理の方法として、度数分布表や柱状グラフがある。第6学年では、度数分布表と柱状グラフについて指導する。度数分布表は、分布の様子を数量的に捉えやすくするために、数量を幾つかの区間（階級という）に分けて、各区間に、それに入る度数を対応させた表である。柱状グラフについては、各階級の幅を横とし、度数を縦とする長方形をかいたものという程度の理解でよい。また、階級の幅を変えて柱状グラフを作り直すなどして、分布の様子を的確に捉えることは、中学校第1学年で扱うものとする。柱状グラフを用いることで、資料の分布の様子を捉えることができる。変量を幾つかの階級に分け、ある階級に属する度数を明らかにすることで、全体の形、左右の広がり、範囲、山の頂上の位置、対称性など、直観的に捉えやすくなる。

ドットプロットでも分布の様子を捉えることができるが、扱うデータが小数点など刻みが細くなっていたり、最小値と最大値の差が著しく開いている場合などには各点がほとんど積み上がることなく、まばらに広がってしまうことがある。そのような場合には柱状グラフを用いると考察しやすくなる。また、児童によっては第3学年で学習する棒グラフと柱状グラフを混同して捉えてしまうことがある。棒グラフは質的データを集計した個数を高さで表していて、量的データの値をそのまま高さに対応させて表したものであり、横軸のラベルには質的な文字情報が表示される。一方、柱状グラフは、量的データの分布の様子を分析する目

的から、階級に分けて集計し、度数の多さを高さに対応させて表しているため、横軸は数値軸となっている。柱状グラフの長方形（柱）を隙間なくつけているのは、隙間が空いているとその部分に該当する値のデータが存在しないかのような誤認を与えてしまうからである。

アー(9) 目的に応じてデータを収集したり適切な手法を選択したりするなど、統計的な問題解決の方法を知ること

第6学年では、身の回りの事象について、統計的な問題解決の方法で考察していくことでその方法への理解を深めるとともに、目的に応じてデータを収集したり適切な手法を選択したりするなどについて理解し、このことができるようにしていく。

例えば、図書の貸し出し状況について調べたい場面があるとする。

「貸し出し状況について」といった漠然とした目的では統計的に解決していくことが難しい。

そこで、具体的な問題として目的を明確にする。貸し出し状況の何を調べ、その結果どうしたいのかということである。それにより、データの収集や手法の選択が異なってくるからである。

先の例では、「物語や科学、図鑑といった分類別のどの本を充実させたらよいのか。」というような問題を設定した場合には、それぞれの項目の本が何冊借りられたのかというデータを収集することになる。そのような質的データに対しては、表や棒グラフをかいたりして分類整理や視覚化し、分析していく。また、そのようなデータを量の大小で分析するのでなく、割合の見方で分析したい場合には、それを帯グラフや円グラフに表すことも考えられるし、異なる項目間での関係について考察したい場合は、二次元の表にまとめることになる。

「毎月何冊借りられているのか。」「去年から貸し出し冊数はどのように変化しているのか。」というような問題を解決したい場合には、時系列順のデータを収集することになる。そのようなデータに対しては、表を作ったり折れ線グラフをかいたりして分類整理や視覚化し、分析していく。

「借りる数が多い児童と少ない児童がいるので、その傾向を調べたい。」というような分布を調べたい場合はその観点でデータを収集し、度数分布表や柱状グラフをつくって分析していくことになる。

このように、目的に応じて収集するデータが異なること、それにより

分析する手法も異なることを知ることが大切である。また、統計的な問題解決の対象は不確実な事象であることから、確定的な結論は得られないため、問題解決の過程や結論についても振り返り、妥当性を考察したり、改善する余地がないかを検討したりすることの大切さについても指導する。

イー(7) 目的に応じてデータを集めて分類整理すること

目的に応じてデータを集めて分類整理するとは、統計的に解決する問題を設定し、その解決のために適したデータを収集し分類整理することである。

まず、目的を明確にするために、身の回りにある不確定な事象で確かめてみたいことについて、そのことを統計的に解決していく問題として設定できるようにする。例えば、「10年前、20年前と比べて自分たちの体力は落ちているという話を聞いた。それは本当だろうか。」という疑問があるとする。そこから、「20年前のこの学校の児童の50m走の記録と今の自分たちの50m走の記録を比べてどちらがよいのか。」というような比較する対象を明確にした問題として設定するようなことである。

次に、それを解決する目的で、必要なデータを集める計画を立てる。データの集め方に関して「学年や性別を揃えないと正しく比較できない。」ことや、「なるべく多くの人数のデータを集める。」ことを考えて、より適切に比べることができるようにするとともに、そのような集団の(数値)データはどのように分析すればよいかを見通すことも求められる。そして、データを集めて必要なデータを分類整理する。

イー(7) データの特徴や傾向に着目し、代表値などを用いて問題の結論について判断すること

データの特徴や傾向に着目し、代表値などを用いて問題の結論について判断するとは、代表値を求めたり、度数分布を表す表や柱状グラフからデータ全体の分布の様子を捉えたり、それら特徴が表す意味を考察することである。集めたデータを分析するに当たり、データの種類や項目の数を考え、目的に応じて、表やグラフに表してみる。その際、数値データで集団の特徴や傾向を見る場合には、代表値を求めたり、度数分布を表す表や柱状グラフからデータ全体の分布の様子を捉えたりすることができるようにする。そして分析した結果から問題の結論を見いだし、判断する。

第6学年の男子児童の50m走の記録

	20年前	今
平均値	8.0秒	8.2秒
中央値	7.9秒	8.2秒
最頻値	8.0秒	8.2秒

表 10－3

代表値

(文部科学省2017)

先ほどの例でいえば、20年前と今の第6学年男子の50m走の記録について、代表値で比較すると20年前の方が記録がよく、また柱状グラフでデータの分布を見ると、どちらも左右対称な山型をしていることから、二つのデータの分布はほぼ同じと考えられる。よって代表値の数値から20年前の方がよかったよさだという結論が得られるということなのである。

イー(ア)妥当性を批判的に考察すること

妥当性について批判的に考察するとは、自分たちが出した結論や問題解決の過程が妥当なものであるかどうかを別の観点や立場から検討してみることや、第三者によって提示された統計的な結論が信頼できるだけの根拠を伴ったものであるかどうかを検討することである。

統計的な問題解決では、解決すべき問題に対して、どのデータを用いるのかによって結論が異なることがある。また、用いるデータが同じでも、その分析の仕方や着目する点により結論が異なることがある。一方、データが少なすぎたり、公平でない比較をしていたりする場合であれば、その結論は信頼しにくいものであると言える。それらのことから、自分たちが出した結論について、また第三者によって提示された統計的な結論について、信頼できるのかどうかを検討していくことが、批判的に考察するということである。

表10－3の例では、代表値による比較や柱状グラフの分析に誤りはなかったかを振り返ることが当てはまる。また、20年前と今の児童の体力を比較するのに、50m走の記録だけに注目したり、6年生の男子児童だけを比較したりしたことは妥当かどうかを考えることが当てはまる。他の種目や学年、性別なども合わせて多面的に分析する必要があると判断した際には、再度問題解決の過程を行うことになる。

統計的な問題解決の対象は不確定な事象であることから、確定的な結

論は得られないため、得られた結論についてや、問題解決の方法の各段階が適切な選択に基づいたものであったかについて、振り返って考え直す態度を養うことにも留意する。

また、妥当性について批判的に考察することについては、自分たちが出した結論や問題解決の過程だけでなく、新聞やニュース、雑誌など第三者による統計を用いた主張にも当てはまる。現在の社会においては、様々な分野で統計が用いられ、データに基づいて現状の把握や政策などが決定されていく。日々の生活においても、様々なデータとその分析に基づく主張を見聞きすることになる。例えば、図 10-10 は OECD による生徒の学習到達度調査(PISA) で用いられた問題例であるが、「あるテレビレポーターがこのグラフを示して、「1999 年は 1998 年に比べて、盗難事件が激増しています」と言いました。このレポーターの発言は、このグラフの説明として適切ですか。」と出題されたものである(国立教育政策研究所編『生きるための知識と技能 2』, ぎょうせい, 2004 年 p. 119)。このようなデータに基づく主張を提示された際に、それを鵜呑みにすることなく、信頼できるデータに基づく妥当な判断に基づくものであるかどうかを批判的に考察することが重要である。

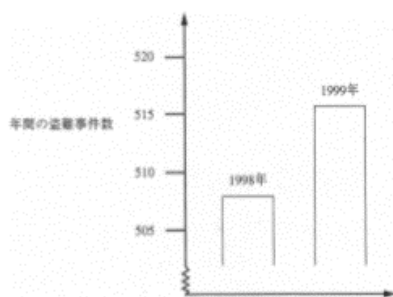


図 10-10
PISA 調査
(文部科学省2017)

(2) 起こり得る場合に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(イ) 起こり得る場合を順序よく整理するための図や表などの用い方を知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、落ちや重なりなく調べる方法を考察すること。

アー(7) 起こり得る場合

第6学年では、起こり得る場合を順序よく整理して調べることができるようにする。起こり得る場合を順序よく整理して調べるとは、思いつくままに列挙していたのでは落ちや重なりが生じるような順序や組み合わせなどの事象について、規則に従って正しく並べたり、整理して見やすくしたりして、誤りなく全ての場合を明らかにすることを指している。

例えば、4人が一列に並ぶ場合を考えるときには、特定のAに着目して、まずAが先頭に立つ場合を考える。2番目の位置にBが並ぶとすれば、3番目はCかDになる。次に、2番目の位置にCが並ぶ場合、Dが並ぶ場合と考えを進めていく。そうすると、Aが先頭に立つ場合は、次の図のように6通りであることを明らかにすることができる。Aのほかにも、B、C、Dが先頭に立つことができることから、起こり得る場合を図にかいて調べると24通りであることが分かる。

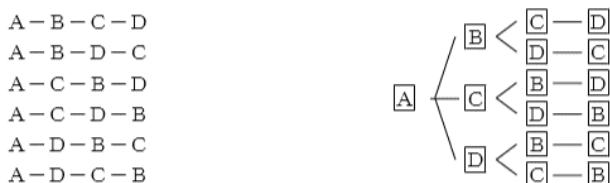


図 10-11 起こりうる場合 (文部科学省,2017)

また、4つのチームの対戦の組み合わせを考えるときには、図 10-12 のように図や表に示すような方法で、全ての場合を落ちや重なりがないように調べていくことができる。

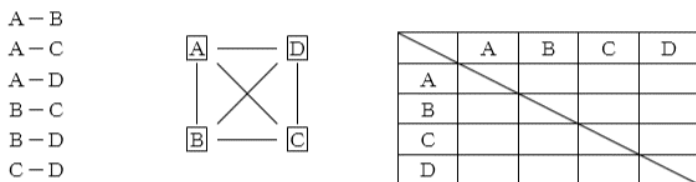


図 10-12 起こりうる場合 (文部科学省,2017)

このように、図や表を適切に用いることができるようにする。

イー(7) 順序よく整理する観点を決めること

起り得る場合を考える際に、落ちや重なりなく調べるには、観点を決めて考えていく。観点を決めるとは、あるものを固定して考えるなどのことである。

例えば、大中小3種類のコインの裏表の出方の場合を調べる場面があるとする。(大コインが表、中コインが表、小コインが表)の場合を考えたのち、大コインは表のまま変えずに、中コインと小コインの場合のみ考えていくようなことである。すると(中コイン表、小コイン裏)

(中コイン裏、小コイン表)(中コイン裏、小コイン裏)の4つの場合を見いだすことができ、これ以上の場合はないことが分かる。

落ちや重なりなく調べる方法を考察すること 落ちや重なりなく調べるためには、図や表などに整理して表すことが有効に働く。順序よく調べていこうとしても、場合が多かったり複雑だったりすると、落ちや重なりが発生する可能性が増すことになる。先のコインの例で考えてみる。(大コイン表、…)などを書いて挙げていくより、記号などを使って表を○、裏を×で表すことを考えたり、大コイン、中コイン、小コインをそれぞれ位置で(左中右)で表すなどして簡潔に示したりすることができる。(大コイン表、中コイン表、小コイン裏)を(○○×)と表すようなことである。落ちや重なりがないように考えていくことは、思考や表現の方法を工夫することや、筋道を立てて考えていくことにつながるものである。多様な考えに触れ、それぞれのよさに気付くようにしていく。

〈数学的活動〉

データを批判的に考察した結果を表現し伝え合う活動～柱状グラフ～

この活動は、統計的に問題解決した一連の活動を振り返り、集めたデータや分析や判断の仕方、結論に問題点や誤りはなかったかどうかを検討することができるようにすることをねらいとしている。

統計的な問題解決活動においては、データを集める際の対象に偏りがあったり、アンケートの聞き方によって回答結果が歪められてしまったりする場合があります、また分析して見いだされたデータの特徴や傾向についても、観点を変えると異なる特徴や傾向が見いだされてしまうことも

ある。そのためデータの収集方法に偏りなどはなかったか、分析の仕方
やそこから導き出した結論は本当に妥当なものであるかどうか、振り返
って検討する活動が大切である。

1組と2組の2クラスで「どちらのクラスの方が夏休みの間によく読
書をしたと言えるのか」を比較する場面で、児童は次のような数学的活
動を遂行すると考えられる。

それぞれのクラスの児童の夏休みの図書館での本の貸し出し冊数につ
いて調査する。それを一人ひとりそれぞれが何冊読んだのかを示す表に
まとめる。まず考えられるのは、合計の冊数で比べることである。しか
し、クラス的人数が異なる場合、合計冊数だけでは比べられないので、
冊数の平均値を求めてみると、1組は8.2冊で2組は8.6冊であること
から、2組の方が読書冊数が多いという結論を出すことができる。

さらに、「たくさん読んでいる子もいるけど、少ない子も多いよ。」と
いう気付きから、ドットプロットに表してみる。「2組は、たくさん読
んでいる子もいるけど、あまり読んでいない子もいます。極端に多く読
んでいる子がいるから平均が高くなるのではないかな。」「分布が横に広
がりすぎていて、傾向が見えにくいです。」そこで幾つかずつデータを
まとめて度数分布を表す表を作成し、柱状グラフに表してみる。中央値
や最頻値も求めてみるとどちらも1組の方が多くなっていたり、1組は
左右対称な山型をしていたりするのに対して、2組は冊数の多い右側に
伸びていることから、2組には他の児童よりもかなり多くの本を読んだ
児童がわずかにいることで平均値は大きくなり、2組全体としてはそれ
ほど読んでいないことが柱状グラフで確認することができる。

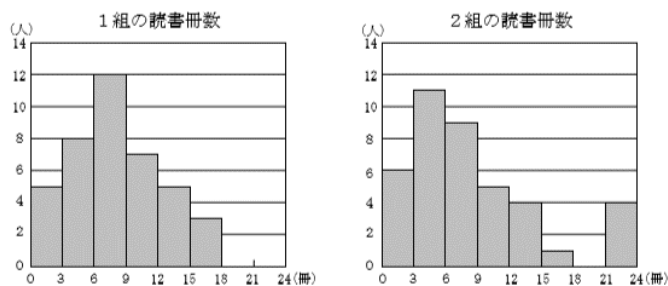


図 10-13 ヒストグラム (文部科学省,2017)

すると2組の方が読書冊数が多いという結論についても、再考しようとするとも考えられる。

このように分析した結果や結論について、別の観点から考えて検討することで、より妥当な結論について追究を深めていくことが大切である。また、そもそも読書冊数のデータについては、学校の図書館で借りた本だけでなく、市や町の図書館で借りた本を含める必要があるのではないか、総ページ数についてはどうか、本のジャンルについてはどうだったかなど、データの収集過程についても検討する必要がある。

このような活動を通じて、統計的な問題解決の過程や結果を安易に受け止めるのではなく、様々な視点から多面的に吟味し、より妥当な判断を下したり、問題点を改善して遂行したりする力を育成する。

さらに、自分たちの問題解決の過程を批判的に検討する活動を行うことで、第三者から提示された統計的な主張についても多面的に吟味し、その信頼性や妥当性を評価できるようになる。

§ 3 「データの活用」領域の指導

3.1 PPDAC サイクル（統計的探究プロセス）に沿った授業づくり

算数科の学びの過程としての数学的活動の充実が求められており、算数科において育成すべき資質・能力を育んでいくためには、「事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程」といった算数・数学の問題発見・解決の過程が重要であることは、既に述べたとおりである。

問題発見・解決の過程には、様々なモデルが考えられるが、「Dデータの活用」領域では、PPDAC サイクル（統計的探究プロセス）を参考に授業を設計していくことが有効であると考えられる。

PPDAC サイクル（統計的探究プロセス）について、§ 1 でも述べたとおりであるが、ここでは、具体的な授業を例に説明する。

PPDAC サイクル（統計的探究プロセス）とは、次のように考えられることが多いようである。

ステップP (Problem) 問題

問題を理解し、どうやって解決するかを考える。

ステップP (Plan) 計画

何をどういう方法で測定・観測し、記録するかを考える。

ステップD (Do) データ

データを収集し、表に整理する。

ステップA (Analysis) 分析

表に基づいて、グラフを作成し、特徴や傾向を掴む。

ステップC (Conclusion) 結論

分析の結果を解釈し、結論を出して、それを説明する。

表の作成をステップDに入れるか、ステップAに入れるか等、研究者によって、各ステップの内容が異なるようであるが、このサイクルがいつも同じように進んでいくわけではないため、ここでは、上のような捉え方で、説明を進めていく。

このステップを、実際に授業で説明していく。

問題場面

給食を食べる時間について「食べ終わらないので長くしてほしい」という児童と、「早く食べ終わり昼休みに遊びたいので短くしてほしい」児童がいます。

この問題を解決するためには、どのようなことを調べればよいでしょうか。

また、その結果からどのような提案をすればよいでしょうか。

ステップP (Problem) 問題

ここでは、児童に給食時間が足りているかどうかを問うなどして、児童の問題意識を高めておくことが重要である。また、週時程から給食時間の確認（問題の定義）をしておくことも必要である。

ステップP (Plan) 計画

クラスのデータだけでは、学校の週時程を変更することは不十分であることを意識させ、ある日のデータでよいのか、1週間を平均したデータの方がよいのかなど、どのようなデータを収集したらよいかを検討させる。また、収集したデータを学年ごとに集計したらよいかなど、デー

タの収集方法についても検討させる。

ステップD (Do) データ

アンケート用紙を作成し、実施・回収する。その際、回収したデータの中に、無回答や無意味な回答がある場合には、それらのデータを除く。

その後、データを表に整理する。

ステップA (Analysis) 分析

棒グラフ、折れ線グラフ、円グラフ、帯グラフ、ヒストグラム、ドットプロット、代表値（平均値、最頻値、中央値）等の統計的手法を適切に用いて分析する。

その際、1つのデータだけではなく、複数のデータ間で比較する等、分析することも必要である。

ステップC (Conclusion) 結論

分析した結果から、給食時間を延長すべきか、これまで通りとするか、短縮するかについて結論を出す。その際、判断の根拠を明らかにすることが重要である。

なお、授業はこのサイクルのとおり進むとは限らない。例えば、このサイクルは、「ステップA (Analysis) 分析」において、アンケート用紙から給食を食べ終わるまでにかかった時間についてのデータをヒストグラムにしてみた際に、山が2つあった場合は、「ステップD (Do) データ」における記入済みのアンケート用紙を再度確認して、男女別、学年別などの層別に再整理したり、再度アンケートを行ったりする必要があるかどうか立ち戻ること考えられる。

このように、このサイクルを行ったり来たりしながら進んでいくことも重要な学習であるといえる。

さらに、時間があれば、一連のサイクルを通じて得た結論からさらに問題を見直して再度アンケートを計画するといったサイクルの2巡目に入る活動も行ってみたいところである。

3.2 授業づくりに向けて検討すべき事項

(1) 授業で取り扱うデータ

単元計画や各授業の構想段階において、育成を目指す資質・能力、児

童の実態を踏まえながら、どのようなデータを用いることが適切であるか、児童の興味・関心を引き出すことができるかを検討することが必要である。

授業で扱うデータには、どのようなものがあるかを整理すると、およそ表 10－4 のようになる。

	日常生活	社会
アンケートや実験等で資料（データセット）をつくる	A	D
既に存在している資料（データセット）を用いる	B	C

表 10－4 データの視点

例えば、児童が作成したアンケートによって収集したデータ（表 10－4 の A、D）は興味・関心という面では高まることが予想されるが、育成を目指す資質・能力という面では適さないことも考えられる。そうした場合には、架空のデータを使った方がよい場合もある。

一方で、架空のデータばかり使っていると、学ぶ意義やよさに気付くことをできにくくなることも考えられる。

したがって、教師はまず教科書に掲載されているデータの意味や背景について、教材研究を行うとともに、日常生活や社会に目を向けて実データを探す努力をすることが求められる。

(2) アンケート調査

授業で扱うデータとしては、表 10－4 の A や D のうち、アンケート調査を作成・実施してデータを集めることが考えられる。

その際には、調査計画を立てることが重要であり、次の点に留意する。

① 問題意識の明確化

調査を行うにあたっては、児童の問題意識を明確にすることが重要である。このことが十分にできていないと、適切なアンケート項目を作ることができない。

例えば、3.1 の例で述べると、「給食について調べたい」という問題

意識だけでは、何が問題なのかが明確ではない。そこで、児童に何か問題なのかを話し合わせ、「給食時間が足りているかどうかについて調べたい」「調べた結果を基にして、提案をしたい」というように、問題意識をより明確にしておくことが必要となる。

② 調査目的に明確化

次に、調査しようとしていることが、調査目的である「現象の記述 (What)」「問題の解決 (How)」「原因の究明 (Why)」の3つのうち、どれにあたるかを確認することが必要となる。

- ・現象の記述 (What)

(例) 給食時間が足りない人は何%ぐらいか。

- ・問題の解決 (How)

(例) 給食時間が足りない場合、時間を延ばすべきか。

- ・原因の究明 (Why)

(例) 給食時間が足りないのはなぜか。

③ 予想

アンケート調査を行うということは、「仮説を立て、データを基に検証する」ことになる。しかし、小学校の児童には「仮説」「検証」の意味を理解させることは難しいと思われるため、調査を行う前に結果を予想させ、記録に残しておくよう指導したい。

④ 回答者(対象)の検討

アンケート調査を行う際には、回答者(対象)を明らかにしておく必要がある。

例えば、3.1の例で述べると、「1年1組」だけでは、その問題意識から考えると不十分である。さらに、「現象の記述 (What)」で「男女の違いはあるか」などが挙がっていれば、「性別」などの属性をアンケート用紙に記載しておく必要がある。

⑤ 質問の作成

質問への回答方法としては、回答者に選択肢から選んでもらう方法(プリコード回答法)と回答者に自由に答えてもらう方法(自由回答法)がある。それぞれにメリットとデメリットがあるため、問題意識、調査目的に沿った適切な方法を選ぶようにしなければならない。

また、質問文を作成する際には、回答者が不快な思いをしたり、戸惑ったりすることがないように、質問文の表現には十分に配慮しなくてはな

らない。

そのポイントとしては、次のようなことが考えられる。

- ・ 1つの質問で1つのことを聞く。
- ・ 答えられないことは聞かない。
- ・ 特定の回答に誘導しない。

(3) 既に存在している資料の活用

授業で扱うデータとしては、表10-4のBやCのように、既に収集されたデータを用いる場合が考えられる。その使用にあたっては、育成する資質・能力に沿ったものがあるかを検討する十分に必要がある。

例えば、教科書と併用する場合、教科書は、一般に単元前半は知識・技能を身に付けさせることに重点が置かれていることから、教科書のデータを用い、単元後半では、思考力・判断力・表現力等を育成することに重点が置かれていることから、児童の興味・関心を高めることができるような教科書以外のデータを用いるということも考えられる。

既に存在している資料は無数にあると思われるが、ここでは総務省統計局のHPを紹介しておく。



図 10-14 なるほど統計学園HP（総務省）



図 10-15 政府統計の総合窓口～e-Stat～HP (総務省)

(4) ICTの活用

算数科における ICT の活用については、これまでも求められてきたことであるが、このたびの改訂では、特に、統計的な内容を各学年で充実させていることから、ICT の活用について一層求められている。

実際、ICT を活用することによって、データを表に整理した後、いろいろなグラフに表すことがコンピュータなどを用いると簡単にできる。目的に応じて適切にグラフの種類や表現を変えることで、結論や主張点がより明確になる。

このようなコンピュータなどを用いてグラフを作成するよさに触れることも大切である。



図 10-16 表計算ソフト (Excel) の活用

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・池島良・景山三平・下村哲(2007),「教員のための数学Ⅱ 解析・統計・コンピュータ」,培風館.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・総務省統計局,「政府統計の総合窓口～e-Stat～」,
<http://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/eStatTopPortal.do> (2017 年 8 月取得) .
- ・総務省統計局,「なるほど統計学園」,
<http://www.stat.go.jp/naruhodo/index.htm> (2017 年 8 月取得) .
- ・中原忠男編(2000),「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」,明治図書.
- ・松元新一郎編著(2013),「中学校数学科統計指導を極める」,明昌堂.
- ・渡辺美智子・椿広計編著(2014),「問題解決学としての統計学」,日科技連.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017 年 8 月取得)

第11章

単元計画・学習指導案の作成

§ 1 主体的・対話的で深い学びの実現と授業研究

1.1 授業研究とは

授業研究とは、「教員が同僚等と協働してお互いの授業を分析し建設的に話し合うことで、その指導内容や指導方法を改善していくものである。

授業研究は、明治時代に始まり、今日も行われている日本固有の学習指導改善法で、日本の質の高い算数・数学教育を支えているのが授業研究（Lesson Study）であると、海外でも高く評価をされている。

授業研究の進め方としては、大きく3つの段階がある。

【ステップ1 事前研究】

事前研究は、教材研究が中心となる。ここでいう「教材」とは広義に捉えられることが多く、主に次のことについての研究をしていく。

- (1) 指導目標の研究
- (2) 指導内容の研究
- (3) 指導方法の研究
- (4) 評価の研究

「(3) 指導方法の研究」については、次のようなことについての検討が必要となる。

- ・児童の実態やレディネスの把握
- ・一斉学習、小集団学習、個別学習などの学習形態
- ・教具、教育機器
- ・発問、指示や説明
- ・板書やノート（ワークシート）指導 等

授業者は、これらの研究に基づいて学習指導案を作成する。

【ステップ2 授業実施】

授業者は、作成した学習指導案に沿って授業を実施する。

参観者は、授業者と児童のやりとりを記録する。

授業者についての記録としては、発問、指示や説明、課題の提示、資料の提示等について記録し、児童の記録としては、発言、動き、表情等について記録する。

その際には、授業者の発問等と児童の発言等の関係が分かるように記録することが大切である。

なお、記録のとり方は多様であるため、どのような記録のとり方をしているかも教員間で交流することも、時に必要であろう。



【ステップ3 事後研究（授業協議会）】

授業協議会の持ち方も多様であるが、近年ではワークショップ型の授業協議会が多く行われているようである。参観者の参加意識が高まるといふ点では有効な方法であるといえよう。



ここで、大切にしたいことは、まず授業者の努力に応え、授業者と参

観者の両者で次に繋がる成果や課題を見つけていこうとする姿勢をもって、会に臨むことである。

次に、授業の記録を基に発言することである。推測ではなく、あくまでも授業で見られた授業者と児童の姿という事実を基に、その授業を考察し、発言するよう努めることが必要である。また、批判に終始するのではなく、改善案（代案）を提示することによって、授業改善に繋げていきたいものである。

1.2 主体的・対話的で深い学びの実現にむけて～授業研究の充実～

§ 4でも述べたように、主体的・対話的で深い学びを実現していくということは、特定の指導方法のことでもなければ、これまで学校現場で行われてきた授業を否定するものではない。算数科において育成を目指す資質・能力の育むための授業を実現していくための授業の充実・改善の視点といってよいであろう。

① 主体的な学びの視点

児童自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりするなどの学びを実現できているか。

② 対話的な学びの視点

数学的な表現を柔軟に用いて表現し、それを用いて筋道を立てて説明し合うことで新しい考えを理解したり、それぞれの考えのよさや事柄の本質について話し合うことでよりよい考えに高めたり、事柄の本質を明らかにしたりするなど、自らの考えや集団の考えを広げ深める学びを実現できているか。

③ 深い学びの視点

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、問題を解決するよりよい方法を見いだしたり、意味の理解を深めたり、概念を形成したりするなど、新たな知識・技能を見いだしたり、それらと既習の知識と統合したりして思考や態度が変容する学びを実現できているか。

今後は、こうした主体的・対話的で深い学びが実現できているかという視点で、授業研究を行っていくことが求められている。

§ 2 ICTの活用 ～プログラミング教育～

2.1 プログラミング教育とは

小学校におけるプログラミング教育について、小学校段階における論理的思考力や創造性、問題解決能力等の育成とプログラミング教育に関する有識者会議(2016)は「子供たちに、コンピュータに意図した処理を行うよう指示することができるということを体験させながら、将来どのような職業に就くとしても、時代を超えて普遍的に求められる力としてのプログラミング的思考などを育む」教育であると述べている。

また、プログラミング的思考とは、「自分が意図する一連の活動を実現するために、どのような動きの組合せが必要であり、一つ一つの動きに対応した記号を、どのように組み合わせたらいいのか、記号の組合せをどのように改善していけば、より意図した活動に近づくのか、といったことを論理的に考えていく力」であると述べている。

2.2 算数科におけるプログラミング教育

算数科の授業において、プログラミング的思考を育んでいくためにはどうしたらよいのであろうか。

小学校学習指導要領解説算数編では、「算数科において、プログラミングを体験しながら論理的思考力を身に付けるための活動を行う場合には、算数科の目標を踏まえ、数学的な思考力・判断力・表現力等を身に付ける活動の中で行うものとする」と述べている。

算数科の授業では、問題解決したのち、問題解決の仕方を振り返り、問題解決の方法をより簡潔・明瞭・的確なものに高めたり、それを手順としてまとめたりするという学習活動が多く行われる。例えば、整数などの計算の仕方を考えた後、計算の仕方を簡潔・明瞭・的確なものとしていく中で、筆算という形式で表し、計算の仕方を筆算の手順としてまとめていく(アルゴリズム化)学習がそれにあたるであろう。その他にも四捨五入について、求める位の次の数字が4以下ならば、端数を切り捨て、5以上ならば端数を切り上げると操作を形式的にしていこうとする学習がそれにあたるであろう。

このように算数科の学習においては、十分な理解の上に立って、手順をアルゴリズム化していこうという考えを育んでいくことが、プログラ

ミング的思考の育成に資するものであるといえる。

小学校学習指導要領では、「各学年の内容の〔第5学年〕の『B図形』の(1)における正多角形の作図を行う学習に関連して、正確な繰り返し作業を行う必要があり、更に一部を変えることでいろいろな正多角形を同様に考えることができる場面などで取り扱うこと」としており、正多角形を作図する学習において、コンピュータを用いて行うことによって、動きを示す記号として「線を引く」「○度向きを変える」「繰り返し返す」など少ない記号を覚えれば、正多角形をかくことができることに気付かせ、プログラミング的思考の育成するための事例を示している。

このことについては、アプリケーションに関する研究とともに、橋座開発に取り組んでいく必要がある。

§ 3 学習指導案の作成

学習指導案は、授業を構想する際の設計図であり、授業を実施する際には進行表となり、授業実施後には、授業や学習指導の記録、次への構想の準備となるものである。

登山に例えるならば、確かな学力という山頂に登りつめるには、用意周到な準備が必要となる。教材観・児童観に基づいた意図的・計画的・長期的な学習指導を行うことによって、山頂にたどり着くことができるのである。

授業者の立場から考えると、学習指導案の作成する目的は、大きく2つあると言える。

1つは、指導内容の理解を深め、指導目標（育成すべき資質・能力）を明確にすることを通して、授業の目標を実現することである。（Plan-Do）

もう1つは、授業実施後に、授業を振り返り、児童の反応や改善点を考察し、記録しておくことを通して、授業の改善を図ることである。

（Check-Action）

参観者の立場から考えると、授業の意図や授業の展開を把握するという目的があると言える。

学習指導案の形式については、特に定まったものではなく、近年学校単位による研究、中学校区単位による研究が進んできたことから、その形式や記述する項目も多様になってきている。

ここでは、一般に多く見られる学習指導案の項目に絞って、形式を示す。

第○学年算数科学習指導案

指導者 ○○ ○○

- 1 日 時 平成○○年○月○日（ ）第3校時
 - 2 場 所 第○学年○組教室
 - 3 学 年 第○学年○組 男子○○名 女子○○名 計○○名
 - 4 単元名
 - 5 単元について
- 単元観

本単元について、学習指導要領の位置付け、本単元において育成を目指す資質・能力と主な学習内容、学習内容の系統性、学習内容のもつ数学的なよさや学ぶ意義について具体的に記述する。

○ 児童観

本単元に関係する、これまでの既習事項やその定着の状況を、前単元までの評価、事前テスト、アンケートの結果などを分析し、その状況を具体的に記述する。

○ 指導観

児童の学習状況を踏まえ、本単元において育成すべき資質・能力を確実に身に付けさせるため、学習展開や指導方法の工夫、指導上の留意点などを具体的に記述する。

6 単元の目標

本単元において育成を目指す資質・能力を記述する。

7 単元の評価規準

算数への 関心・意欲・態度	数学的な考え方	数量や図形についての 技能	数量や図形についての 知識・理解

8 指導と評価の計画（全○○時間）

次	学習内容	評価				
		関	考	技	知	評価規準 評価方法
一		◎				
				◎		
	(本時)	◎				
二					◎	
					◎	

9 本時の展開

- (1) 本時の目標
- (2) 観点別評価規準
- (3) 準備物
- (4) 本時の展開

教授・学習活動	指導上の留意事項	評価規準 (評価方法)
<p>1 本時の問題を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>ピンクの魚が20ぴきと黄色の魚が30ぴきいます。ぜんぶで魚はなんぴきいますか。</p> </div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>本時の問題(教材)は必ず記述する。</p> </div>	

<p>2 本時のめあてをつかむ。</p> <p>T どんな式で求めることができますか。</p> <p>C $20 + 30$ です。</p> <p>T これまで学習したことと、どんなところが違っていますか。</p> <p>C 十の位たす十の位</p> <p>C 何十たす何十</p>	<div data-bbox="516 225 812 316" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">教師の発問・指示、予想される児童の反応を記述する。</div>	
<div data-bbox="188 443 688 502" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">めあて【例】 〈何十〉 + 〈何十〉 の計算の仕方を考えよう</div> <p>3 解決方法への見通しをもつ。</p> <p>4 〈何十〉 + 〈何十〉 の計算の仕方を一人が考える。</p> <p>C 1 ブロックで10のまとまりをつくって計算する。</p> <p>C 2 位取り表をかくて十の位どうしをたして計算する。</p> <p>5 〈何十〉 + 〈何十〉 の計算の仕方を学級で話し合う。</p> <p>T</p> <p>C</p> <p>C</p> <div data-bbox="333 970 624 1061" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">まとめに至る教師の発問や指示を記述する。</div>	<p>・めあては子どもの発言を生かした表現とする。</p> <div data-bbox="434 767 730 858" style="border: 1px solid black; padding: 5px;">予想される児童の反応を記述する。</div>	<p>．．．．している。(ノートの記述)</p>
<div data-bbox="188 1102 819 1225" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>まとめ【例】</p> <p>〈何十〉 + 〈何十〉 の計算は、10のまとまりがいくつあるか考え、まとまりのかずでたしざんするとよい。</p> </div> <p>7 本時の振り返りをし、新たな問題を見つける。</p>	<div data-bbox="546 1182 837 1273" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>まとめを必ず記述する。</p> <p>めあてと整合する内容にする。</p> </div>	

主体的・対話的で深い学びの実現にむけて、学習指導案の作成にあたっては、次の点についての記述の充実を期待したい。

- ・導入における児童の問いを引きだすための手だて
- ・多様な考えをまとめたり、生かしたりするための手だて
- ・終末において児童の新たな問いを引きだすための手だて
- ・目標の実現状況が評価できる評価規準（評価基準）

【引用・参考文献】

- ・赤井利行編著(2012),「わかる算数科指導法」,東洋館出版.
- ・池畠良・景山三平・下村哲(2007),「教員のための数学Ⅱ 解析・統計・コンピュータ」,培風館.
- ・片桐重男(1995),「数学的な考え方を育てるねらいと評価」,明治図書.
- ・澤井陽介(2017),「授業の見方 『主体的・対話的で深い学び』の授業改善」,東洋館出版.
- ・算数教育研究会(2010),「新訂 算数教育の理論と実際」,聖文社.
- ・小学校段階における論理的思考力や創造性,問題解決能力等の育成とプログラミング教育に関する有識者会議(2016),「小学校段階におけるプログラミング教育の在り方について(議論の取りまとめ)」,
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/122/attach/1372525.htm (2017年8月取得)
- ・長崎栄三・滝井章(2007),「算数の力 数学的な考え方を乗り越えて」,東洋館出版.
- ・中原忠男編(2000),「算数・数学科 重要用語300の基礎知識」,明治図書.
- ・文部科学省(2017),「小学校学習指導要領解説算数編」,
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/1387014.htm (2017年8月取得)
- ・吉田葵・阿部和宏(2017),「はじめよう!プログラミング教育—新しい時代の基本スキルを育む—」,株式会社日本標準.

新小学校学習指導要領の授業 算数科指導法

2017 年 9 月 10 日 初版発行

著者 今崎 浩

発行者 広島文教女子大学

〒731-0295

広島県広島市安佐北区可部東 1-2-1

TEL 082-814-3191