

はじめに

国内外の学力調査において、我が国の児童生徒の思考力・判断力・表現力や学習意欲に課題が見られ、それらを育てていくことは算数・数学教育の喫緊の課題となっています。

算数科における思考力・判断力・表現力、すなわち数学的に考える力や、算数への学習意欲を育てていくために、教師に求められる資質・能力としては、次のようなことが挙げられます。

- 1 算数科の指導内容の数学的背景を十分に理解し、数学的な見通しをもって指導すること。
- 2 子供の認知的発達段階やつまずきを把握し、それを学びに生かしながら思考力・判断力・表現力を培うこと。
- 3 学んだことを進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てていくこと。
- 4 子供の豊かな発想を引き出し、算数のよさやおもしろさを味わえるような教材や指導方法を創意工夫すること。

しかしながら、幼稚園・小学校教諭を目指す学生の中には、偏った数学観や、数学に対する苦手意識をもった学生が少なくないという現状があります。

このような状況を踏まえ、本書は幼稚園・小学校教諭の素養として、まず必要となるであろう算数科の指導内容の数学的背景、子供の興味・関心や発達段階を踏まえた認知的特性、子供のつまずき等を中心にまとめてみました。

本書の構成は、現行の小学校学習指導要領に示された領域にならない、「第1章 数と計算」、「第2章 量と測定」、「第3章 図形」、「第4章 数量関係」、「第5章 コンピュータ」となっています。

幼稚園・小学校教諭を目指す学生の皆さんが、本書を指導内容について深く理解し、指導に活かすための参考書として活用し、予測困難な社会に生きる子供達に数学的に考える力や、算数への学習意欲を育てていくことに役立ててもらえたら幸いです。

平成29年4月

今 崎 浩

目 次

はじめに

第1章 数と計算

§1 整数の概念	1
§2 加法・減法の意味	8
§3 加法・減法の計算の仕方	15
§4 乗法・除法の意味	18

第2章 量と測定

§1 量の概念	25
§2 測定	36

第3章 図形

§1 図形概念の形成	43
§2 図形概念の形成	52
§3 図形の性質と数学的推論	56
§4 空間図形概念の形成	60

第4章 数量関係

§1 関数の考え	69
§2 式の表現と読み	79
§3 統計	88

第5章 コンピュータ

§1 コンピュータ	97
§2 アルゴリズム	101

幼稚園教育要領（抜粋）	105
-------------------	-----

小学校学習指導要領（算数）	117
---------------------	-----

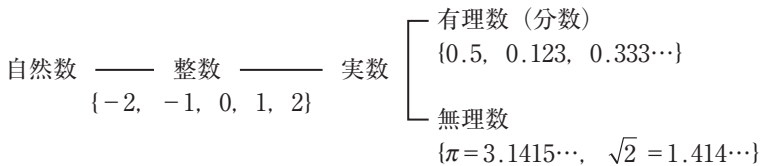
第1章 数と計算

§1 整数の概念

1.1 整数の意味

小学校では自然数から学習が始まり、自然数と0を総称した整数、小数、分数と学習が進んでいきます。

ここで、みなさんが学んできた数を整理しておきましょう。



さらに、数は虚数、複素数へと拡張していきます。これらを総称して数と言います。ただし、小学校で学習する整数は、 -1 、 -2 といった負の数は扱いません。したがって、負ではない整数、すなわち0と自然数を併せた数を学習するという方が正確だといえます。

(1) 自然数

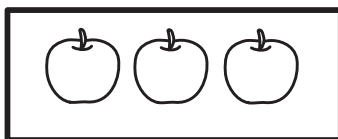
1から始まり、1に次々1を加えてできる数を自然数といいます。

自然数を物の個数を数えるのに用いるときは集合数といい、物の順番を表すのに用いるときは順序数といいます。

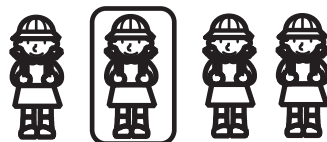
(2) 集合数と順序数

集合数とは、「箱の中に3個のりんごが入っています」という場合の「3個」のように、ある集合の要素の個数をいいます。ここでいう集合とは、集合の要素の個数が有限であるものをいいます。

順序数とは、「私は左から2番目です」という場合の「2番目」のように、系列の中の順序をいいます。



集合数



順序数

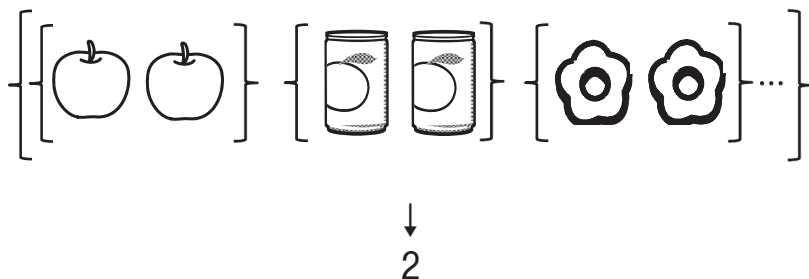
小学校では、まず集合数を学習し、その後、順序数を学習します。

(3) 集合の考え

集合数とは、ある集合の要素の個数のことをいうのでした。では、集合とはどのようなものなのでしょうか。

二つの集合 A, B が 1 対 1 に対応する関係にある時、集合 A と集合 B は対等であるといいます。

下の図は、対等な集合の集合を表したものです。

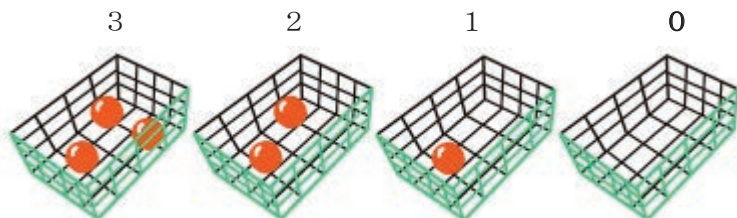


この場合、対等な集合の共通概念としての数「二」という概念を抽象し、この数「二」を記号「2」で表すということです。

(4) 0の意味

整数は自然数に0を併せた数をいいますが、0とはどのようなものなのでしょうか。

それは要素が存在しない集合、空集合の要素の個数を表すものという意味があります。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

0の意味について、小学校学習指導要領解説算数編(2008)では、小学校

第1学年においては、次のような意味を扱うとしています。

- ① 何もないことを表す。
 - ② 空位を表す。
 - ③ 数直線で、基準の位置を表す。
- (5) 「数える」ということ

「数える」とは、一つ一つの対象に対して、1, 2, 3, …と数を1対1対応させることを意味します。しかし、数え終わったときの数値が、最後の対象の位置、つまり順序を表すもの(順序数)であるとともに、その集合の要素の個数を表すもの(集合数)と捉えることができます。

また、日常生活の中では、数を数えるときに1対1対応をさせて数えるだけでなく、2ずつ、5ずつ、10ずつと数えることが多く見られます。このように、同じ大きさの集まりに目をつけて、能率よく数えることをまとめて「数える」といいます。

このことが、10ずつ、100ずつ、1000ずつ、…まとめて数えることに発展し、十進位取り記数法(十進法)につながっていきます。

(6) 数と数字・数詞

数は(3)でも述べたように、集合の考えに則ると対等な集合の共通概念といえ、目で見せることはできません。それを目に見えるようにした記号による数の表し方が「数字」といえます。そして、現在最も広く用いられているのが、1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9の算用数字で、インド数字ともいいます。

また、いち、に、さん、し、ご、ろく、しち、はち、く、のような言葉による数の表し方のことを「数詞」といいます。ただし、日本古代には、ひと、ふた、み、よ、いつ、む、なな、や、ここ、といった表し方がありました。さらに、英語ではone, two, three, four, …のように、フランス語ではun, deux, trois, quatre, …のように表し、様々な数詞があります。

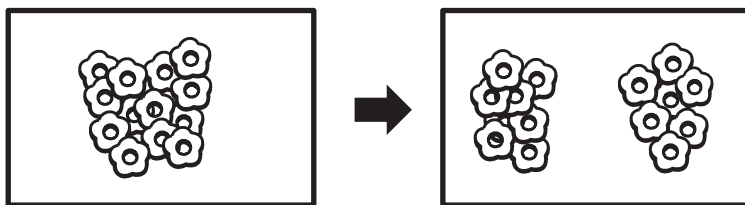
このように、数と数字、数詞は同じものではありません。算数の授業の中で「数に表しましょう」という言葉をよく耳にしますが、「数字でかきましよう」、「数詞でいいましよう」といった方が正確であるといえるでしょう。

子供の様相

ここでは、数の理解にかかわる子供の姿について紹介します。

まず、下の左図のように11~14個のおはじきを箱に入れ、それを1つの山にしておきます。次に、右図のように、そのおはじきを適当に2つの山に分けます。

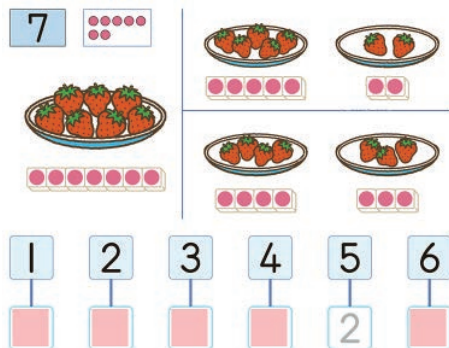
そして、「おはじきの数はどうなりましたか。増えましたか。減りましたか。それとも、同じですか。」と小学校1年生の子供に尋ねてみます。



すると、何人かの子供は「はじめよりも減った」と答えることがあります。

おはじきの総数が保存されるかどうかという問題は、発達心理学者のピアジェ (Piaget, J. 1896-1980) が、数の保存概念を調べる研究で用いた方法としてよく知られています。小学校1年生の段階は、いわゆる前操作期から具体的操作期への移行期に当たり、数の保存の概念が獲得できていない子供は「はじめよりも減った」と答えることがあります。

小学校1年生では、数の合成・分解を扱うこととなっていますが、発達にかかわる子供の実態を把握した上で、授業を構想していくことが求められます。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

1.2 十進位取り記数法～整数の表現～

§1 (6) で述べた数詞のつけ方を「命数法」といい、数字による表現方法を「記数法」といいます。

数字といえば、小学校で学習する 1, 2, 3, 4, ……といったインド数字がすぐに頭に思い浮かぶことでしょう。しかし, I, II, III, IV, ……といったローマ数字も時計の文字盤で見かけることがあるでしょう。歴史的には、数を表すために、いろいろな記号が用いられてきました。

(1) 様々な記数法

古代エジプトでは、下のように数を表していたといわれています。

			∩	∩∩∩∩∩∩∩∩	∞ ∞	∩∩∩∩	
1	2	5	10	60	237		

その構造は、一から九までは棒を置いて、その数を表しています。十になると新たな記号が導入され、それらを用いて九十九までの数を表すようになっています。百になるとまた新たな記号が導入されています。このように十ずつまとめる考え方をもとにして、新たなまとまりができるたびに、それに対応する新たな記号を導入して、数を表しています。

また、古代ローマでは下のように数を表していたといわれています。

I	II	V	X	LX	CCXXXVII
1	2	5	10	60	237

その構造は、一から五までは I でその数を表しています。五になると新たな記号 V が導入され、それらを用いて九までの数を表すようになっていきます。十になるとまた新たな記号 X が導入され、それらを用いて四十九までの数を表しています。このように五ずつまとめる考え方をもとにして、新たなまとまりができるたびに、それに対応する新たな記号を導入して、数を表しています。

いずれも、新たなまとまりができるたびに、それに対応する新たな記号を導入するという分かりやすい数の表し方といえるでしょう。しかし、とても

大きな数を表そうとすると、それに対応する新たな記号を作り出さなくては いけません。また、一、十、百、千、・・・のまとまりがいくつあるのか、それを全て記号で表さなくては いけません。こうしたことは、とても手間の かかる作業だといえます。

(2) インド数字（十進位取り記数法）

インド数字は、現代において最も広く用いられている数字でしょう。小学校 においても扱われ、小学校の教科用図書にも次のように記述されています。

どんな大きさの数でも
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
の10この数字でかき表すことができます。

（啓林館「わくわく算数4年上」）

インド数字が、0から9の10個の記号（数字）を用いて、どんな大きな数 でも表すことを可能にしているのは、次の2つの原則があるからです。

① 十進法

十のまとまりを作って、数を表すという考え方。

② 位取り記数法

位を位置によって表すという数の表し方。この表し方にとって重要となる のが、空位を表す場合は「0」を用いるということです。

インド数字のよさは、少ない記号（数字）でどんな大きな数でも容易に表 すことができること、筆算が容易にできることなどが挙げられます。

教師を目指すみなさんは、インド数字と他の数字と比較することによって、 そのよさがより鮮明になると思いますので、実際に試してみてください。また、 様々な数の表し方を教材化し、授業で扱うことによって、自分達が用い ている数字が、人間の長い歴史の中で作りあげられてきたものであること、 人間の知恵の結晶であることを実感させるようにしてもらいたいものです。

子供の様相

ここでは、十進位取り記数法の理解にかかわる子供の姿について紹介します。

次のような問題について、子供からどのような解答が出されるか、できるだけたくさん予想してみてください。

問題 次の数を数字でかきましょう。

三百十二

正解は312ですが、すべての子供がこのように解答してくれるわけではありません。

例えば、次のような解答が見られます。

- ① 300102
- ② 3102

このように解答した子供は、どのように考えたのでしょうか。

多くの子供は「三百十二」を読む（命数法で表す）と、「さんびゃくじゅうに」となるので、その読みにそのまま数字をあてはめたのでしょうか。子供の立場に立って考えてみると、「子供なりの理屈があるよね」と思わずにはいられません。

(2)において、インド数字（十進位取り記数法）のよさとして、少ない記号（数字）でどんな大きな数でも容易に表すことができることを挙げましたが、①や②のような解答が生まれるということを考えると、インド数字（十進位取り記数法）も最善の数の表し方とはいえないようです。

授業を構想する際には、子供がインド数字（十進位取り記数法）の原則を一般化して用いることができるようにするための工夫が求められます。



§2 加法・減法の意味

小学校では、加減乗除の計算を扱います。

計算の学習をしている授業を参観していると、次のような場面に出くわすことがあります。

先生が問題を黒板に板書し、子供が問題をノートに写し終えるのを待っていると、子供が口々に話し始めます。

子供「先生、これはたすのですか、ひくのですか。」

先生「さあ、どうかな？」

子供「今、ひきぎんの勉強をしているから、ひくんだよ。」

子供「ほんとう？」

このように、みなさんの中にも、計算は得意だけれども、文章題は苦手で、式が分からないという人がいることでしょう。

ここでは、加減乗除の計算の意味について考えましょう。

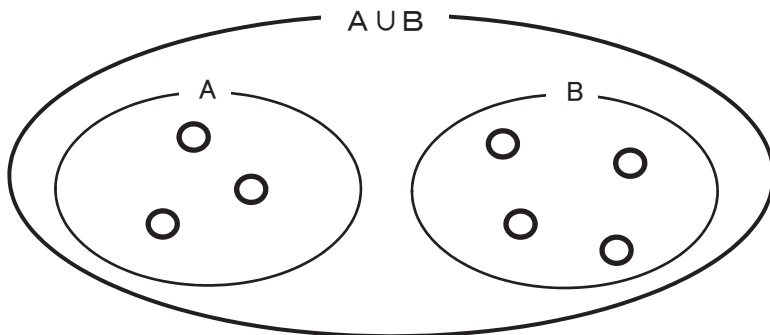
2.1 加法

集合の考えに基づいて加法を定義すると、次のようになります。

$$n(A) = a \quad n(B) = b \quad A \cap B = \emptyset \text{ のとき}$$

$$a + b = n(A \cup B)$$

この定義に則って、 $3 + 4 = 7$ を図に表すと次のようになります。



ここで、 $A \cap B = \emptyset$ （共通な部分を持たない）であることは大変重要です。

例えば、「公園に女の子が5人います。遊んでいる子が3人います。女の子と遊んでいる子はあわせて何人ですか。」というとき、女の子と遊んでいる子は重なっている、つまり $A \cap B \neq \emptyset$ である場合が考えられるため、加法を用いることはできません。

2.2 加法の意味

加法が用いられる場合を次のような場合があります。

(1) 増加

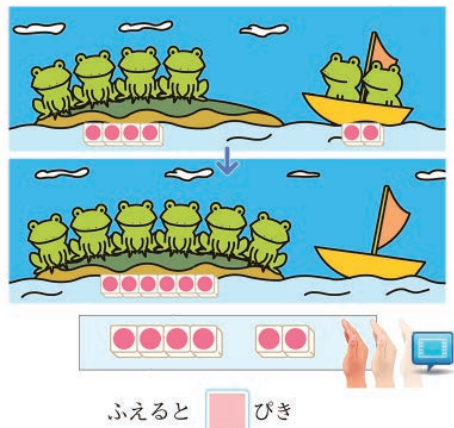
はじめにある数量に、追加したり、それから増加したりしたときの大きさを求める場合をいいます。

具体的な問題としては「公園で子供が2人遊んでいます。そこへ、3人やってきました。みんなで何人になったでしょうか。」といった問題がこれにあたります。図に表すと下のようになります。



増加が用いられる場合、「はじめ・・・でした。そこへ・・・」というように時間の経過が伴っていること（同時に存在していないこと）が、合併が用いられる場合と異なるところで

す。このことを、教科用図書では右のように記述して、ブロック等の具体的な操作によって、子供にその意味を理解させようとしています。



（啓林館「わくわくさんすう1」）

(2) 合併

同時に存在する2つの数量を合わせた大きさを求める場合をいいます。

具体的な問題としては「公園で女の子が2人遊んでいます。男の子は3人遊んでいます。子供はみんなで何人いるのでしょうか。」といった問題がこれにあたります。図に表すと下のようになります。



合併が用いられる場合、上の問題のように時間の経過がなく、同時に存在しているところが、増加が用いられる場合と異なるところです。

このことを、教科用図書では右のように記述しています。

合併は、数の学習で1対1対応の具体的な操作を積みかねてきた子供にとっては、比較的捉えやすいといわれています。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

(3) 順序数を含む加法

ある番号や順番から、さらに何番か後の番号や順番を求める場合をいいます。

具体的な問題としては「前から5番目にひろしくんが並んでいます。ひろしくんからさらに2番後ろにさとしくんが並んでいます。さとしくんは何番目でしょうか。」といった問題がこれにあたります。

(4) 加法の意味の統一

ここまで、加法が用いられる場合について述べてきましたが、いずれも和集合をつくる、つまり「ぜんぶでいくつか」を求めるという点で共通しています。授業を構想する際には、統合的に捉えることができるように工夫しましょう。

2.3 減法

減法は、加法の逆として、次のように定義されます。

$a+x=b$ の x が存在するとき、その x が $b-a$ である。

加法の逆とは、 a に何か (x) を加えて b になるとき、そのもとの何か (x) を求めるということになります。例えば、「 $8-5$ はいくらになるか」と尋ねられたら、 5 に何をたしたら 8 になるかを考えればよいことになります。具体的には、 5 に何をたしたら 8 になるのだろうかと考え、 5 に 3 をたしたら 8 になりますから、 $8-5$ は 3 となります。

2.4 減法の意味

減法が用いられる場合を次のような場合があります。

(1) 求残

はじめにある数量の大きさから、取り去ったり減少したりしたときの残りの大きさを求める場合をいいます。

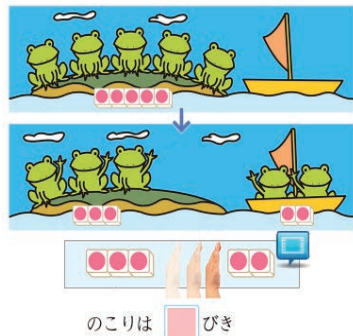
具体的な問題としては「あめが 5 個あります。 3 個食べると、残りは何個でしょうか。」といった問題がこれにあたります。

図に表すと下のようになります。



求残が用いられる場合、「はじめ・・・でした。その後・・・」というように時間の経過が伴っていること（同時に存在していないこと）が、求差が用いられる場合と異なるところです。

このことを、教科用図書では右のように記述し、ブロック等の具体的な操作が加法（増加）のときと逆になっています。



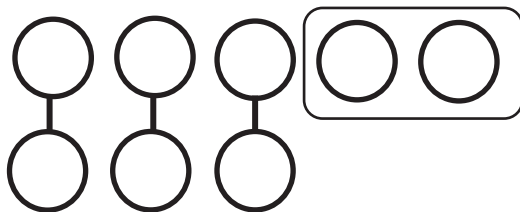
(啓林館「わくわくさんすう1」)

(2) 求差

2つの数量の差を求める場合をいいます。

具体的な問題としては「赤い花が5本さいています。白い花が3本さいています。赤い花の方が何本多いでしょうか。」といった問題がこれにあたります。

図に表すと下のようになります。

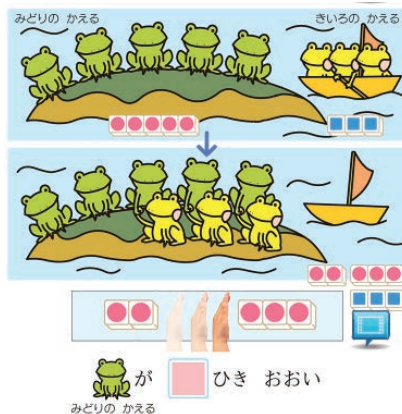


求差が用いられる場合、上の問題のように時間の経過がなく、同時に存在しているところが、求残が用いられる場合と異なる点です。

子供にとって、求差は求残に比べて難しいと感じることが多いようです。

その理由としては、ひく数がなくなったり、減ったりしないにもかかわらず、減法を用いることが挙げられます。

したがって、上の図のようにブロックなどを1対1対応が捉えやすいように並べたりするといった具体的な操作を取り入れるなどの工夫が求められます。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

(3) 順序数を含む減法

ある順番から、幾つか前の順番を求める場合や、2つの順番の違いを求める場合をいいます。

具体的な問題としては「前から3番目にひろしくんが並んでいます。さとしくんは前から5番後ろに並んでいます。ひろしくんとさとしくんは何番違うのでしょうか。」といった問題がこれにあたります。

子供の様相

加法・減法の意味の理解について、佐藤（1982）が実験を行っていますので紹介します。

対象は4～6歳児各男子15名、女子15名、計90名です。

実験の内容は次のとおりです。

実験1 合併

3つのおはじきと2つのおはじきをあわせた数を尋ねる。

実験2 増加

3つのおはじきに2つのおはじきをあわせた数を尋ねる。

実験3 求差

5つのおはじきと2つのおはじきのどちらがいくつ多いかを尋ねる。

実験4 求残

5つのおはじきから2つのおはじきを箱に戻したときの残りの数を尋ねる。その結果は次の表のとおりでした。

各実験の正答者数

	4 歳	5 歳	6 歳
合併	19 (63.3)	29 (96.7)	30 (100)
添加 (増加)	19 (63.3)	29 (96.7)	30 (100)
求差	3 (10.0)	8 (26.6)	12 (40.0)
求残	23 (76.7)	29 (96.7)	30 (100)

(注) 表中の () 内の数字は%

この結果から、4歳の子供にとって「求残」が他に比べて易しく、次いで「合併」「添加 (増加)」、最も難しいのは「求差」であることが分かります。また、5歳、6歳の子供にとっても「求差」は難しいことが分かります。

指導にあたっては、「易しい問題から難しい問題へ」という原則がありますが、指導の順についてはまだまだ検討する必要があるでしょう。



子供の様相

文章題は、子供にとっては難しいもののようです。そのなかでも「逆思考の文章題」は難しいといわれています。逆思考の文章題の理解について、山田（2004）が調査を行っていますので、その一部を紹介します。

まず、逆思考の問題とは「おはじきを15個もらったので32個になりました。はじめに何個もっていましたか。」のように、「15個もらった」という条件を逆に戻し、「15個もらわなかった」として、もとの状態を考え、 $32 - 15 = 17$ として解決する問題のことで。

対象は、次のとおりです。

各学年の被験者数

第 2 学年	第 3 学年	第 4 学年	第 5 学年	第 6 学年
78	80	76	77	77

(注) 表中の数字は人

調査問題は次のとおりです。(一部抜粋)

問題 1

子どもが8人遊んでいました。いま、6人の子どもが帰りました。みんなで何人になったでしょう。

問題 2

子どもが遊んでいました。そのうち5人が帰ったので、9人になりました。はじめ何人いたのでしょうか。あなたの考え方もせつめいしてください。

各学年における問題毎の正答率

	第 2 学年	第 3 学年	第 4 学年	第 5 学年	第 6 学年
問題 1	91.0	91.3	96.1	94.8	98.7
問題 2	78.2	92.5	100	96.1	98.7

(注) 表中の数字は%

この結果から、第3学年以上では順思考の文章題と逆思考の文章題の正答率の大きな違いは見られないものの、第2学年では差が見られます。

低学年での授業を構想する際には、問題の場面を図に表すなどの工夫が求められます。

§3 加法・減法の計算の仕方

現行の小学校学習指導要領解説算数編（2008）では、「数と計算」領域のねらいについて「計算の意味について理解し、それらの計算の仕方を考え、計算に習熟し活用することができるようにする」と述べています。

「計算の仕方を考える」と聞くと、違和感を覚える人がいるかもしれません。しかし、計算の学習は教師が一方的に教えたり、訓練だけに終始したりするものではなく、子供が考え、見つけ出すものなのです。

ここでは、整数の加法と減法の計算の仕方について考えてみましょう。

3.1 加法の計算の仕方

整数の加法の計算の仕方には、数えだし、加数分解による計算、被加数分解による計算、五・二進法による計算などがあります。

それらを $8 + 6$ を例に説明します。

(1) 数えだし

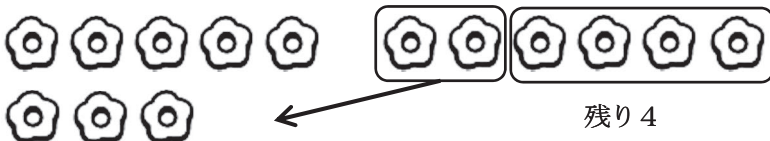
下の図のように、被加数8を念頭において、加数の6を順に9, 10, 11, 12, 13, 14と数えて、結果を求める方法です。



(2) 加数分解による計算

まず被加数の8を見て、加数の6を2と4に分けます。8と2で10、10に残りの4をたして14と結果を求める方法です。

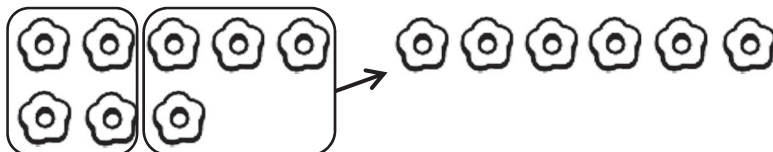
$$8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 14$$



(3) 被加数分解による計算

加数分解とは逆に、まず加数の6を見て、被加数の8を4と4に分けます。6と4で10、10に残りの4をたして14と結果を求める方法です。

$$8 + 6 = (4 + 4) + 6 = 4 + (6 + 4) = 14$$

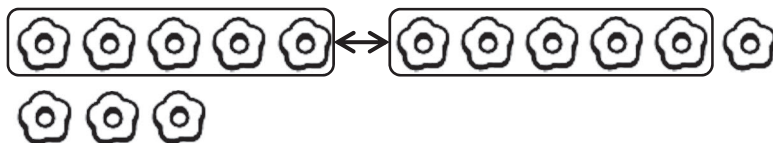


残り4

(4) 五・二進法による計算

加数を5と3、被加数を5と1に分けます。それぞれの5と5をたして10、残りの3と1をたして4、10と4をたして14と結果を求める方法です。

$$8 + 6 = (5 + 3) + (5 + 1) = (5 + 5) + (3 + 1) = 14$$



残り3

残り1

3.2 減法の計算の仕方

整数の減法の計算の仕方には、数えひき、減加法、減々法、補加法などがあります。

それらを $12 - 8$ を例に説明します。

(1) 数えひき

12から1をひいて11, 10, 9, ...と数詞を唱えながら、8ひくまで唱えて、結果を求める方法です。



(2) 減加法

まず12を10と2に分けます。そして、2を別にしたまま $10 - 8 = 2$ とひき算をします。答えの2と別にしておいた2をたして4と結果を求める方法です。

$$\begin{aligned} & 12 - 8 \\ &= (10 + 2) - 8 \\ &= (10 - 8) + 2 \\ &= 2 + 2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

(3) 減々法

まずひく数の8を、ひかれる数の12の一の位を見て、2と6に分けます。そして、 $12 - 2 = 10$ 、さらに $10 - 6 = 4$ とひき算をして結果を求める方法です。

$$\begin{aligned} & 12 - 8 \\ &= 12 - (2 + 6) \\ &= (12 - 2) - 6 \\ &= 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

(4) 補加法

指を1本ずつ折りながら8と唱え、また1本折って9、と数詞を大きくしていき、12の数詞まで唱え、折った指の数4を答えとする方法です。

加法の「数えたし」を減法に利用する(補う)ことから補加法という名前がつけられました。



§4 乗法・除法の意味

オリンピックの陸上種目に400M リレーがありますが、電光掲示板に次のように表示されているのに気が付いた人はいるでしょうか。

$$4 \times 100M$$

「100M を4人が走るのだから、 $100M \times 4$ の間違いだ」と思った人もいることでしょう。

ここでは、乗法・除法の意味について考えてみましょう。

4.1 乗法

集合の考えに基づいて乗法を定義すると、次のようになります。

p 個の要素をもつ集合 A 、 q 個の要素をもつ集合 B とするとき

p と q の積を次のように $A \times B$ の要素の個数と定義する。

$$m(A) \times n(B) = n(A \times B)$$

このことを具体的に説明してみましょう。

集合 $A = \{\text{ア}, \text{イ}\}$ とすると、要素の個数は $m(A) = 2$ となります。

集合 $B = \{a, b, c\}$ とすると、要素の個数は $n(B) = 3$ となります。

2×3 は直積 $A \times B$ の要素の個数 $n(A \times B)$ となるということです。

直積とは、下のように集合 A と集合 B の要素の1つで組を作ったとき、その組全体の集合のことです。

$$A \times B = \left[\begin{array}{cc} \text{ア a} & \text{イ b} \\ \text{ウ c} & \text{イ a} \\ \text{イ b} & \text{イ c} \end{array} \right]$$

$A \times B$ の要素の個数は6個ですから、 $2 \times 3 = 6$ となるということです。

このことを簡単な図に置き換えてみると、次頁のような図ができあがりません。

	a	b	c
ア	ア a	イ b	ウ c
イ	イ a	イ b	イ c

➡

	a	b	c
ア	○	○	○
イ	○	○	○

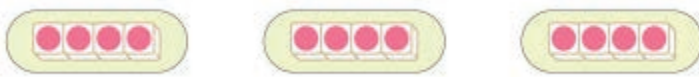
このような図をアレイ図と呼び、乗法の定義を具体化したものといえます。

このような考え方がもととなって、「2のかたまりが3つあるので、 2×3 となります」といった教科用図書に見られるような乗法の定義がでてくるのです。

4.2 乗法の意味

乗法を数学的な立場で考えると4.1のようにになりますが、小学校では乗法の意味をどのように導入していくのでしょうか。

小学校では、加法をもとにした同数累加の考え、すなわち「 $2 + 2 + 2$ を 2×3 といいます」と導入する場合と、アレイ図に示されたものをもとにして「2のかたまりが3つあるので 2×3 といいます」で導入する場合があります。



4の3つ分のことをしきて
 4×3 とかき、
「4かける3」とよみます。

(啓林館「わくわく算数2年下」)

4.3 除法

除法は、乗法の逆として、次のように定義されます。

$a \times x = b$ について、 x が存在するとき、その x が $b \div a$

何か加法と減法の関係に似ていますね。このことを具体的に説明してみましょう。

$12 \div 3$ ならば、3に何をかけたらよいか考えます。すると、4をかけたら12になるので、4が $12 \div 3$ ということになります。

では、 $14 \div 3$ はどうなりますか。除法の定義に則って考えると、3に何かをかけたなら14になる数は自然数にはないので、「解なし」となります。

しかし、私達は「4あまり2」とします。そうすると、次のような不思議なことが起こります。

$$14 \div 3 = 4 \text{ あまり } 2$$

$$22 \div 5 = 4 \text{ あまり } 2$$

したがって

$$14 \div 3 = 22 \div 5$$

この説明が間違っていることは、みなさんはすぐに分かりますね。このことから、 $14 \div 3$ と4あまり2を等号で結ぶことは厳密にいうと間違っているのです。

では、あまりのある除法で「 $14 \div 3 = 4$ あまり2」としているのは、なぜかということですが、この計算は除法の定義に則っているのではなく、整数論の中の定理に則って計算をしているのです。整数論の中に次のような定理があります。

2つの整数 a , b に対して、 $a = b \times q + r$ となる整数 q , r が存在する。ただし、 r は b より小さくて0以上とする。

この定理に則って考えると、 $14 = 3 \times 4 + 2$ があてはまり、「 $14 \div 3 = 4$ あまり2」と表すこともできることになります。

したがって、除法を数学的な立場で考えると、割り切れる場合の除法とあまりがでる場合の除法は、異なる根拠に則って計算をしているといえます。

どちらか1つを根拠にするならば、整数論の中の定理を用いることも考えられますが、数を拡張していったときに困ったことが起こるため、乗法の逆という定義が用いられています。

4.4 除法の意味

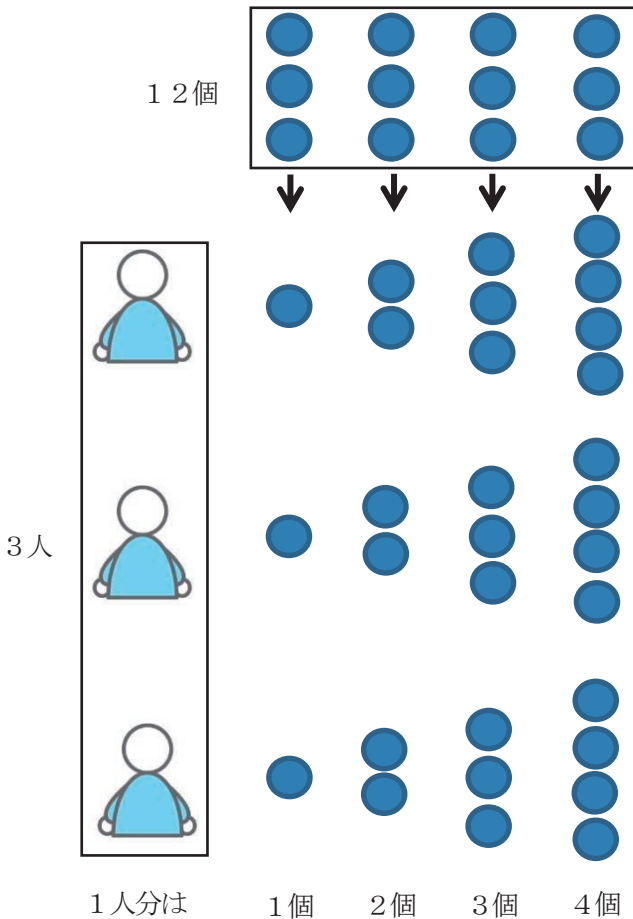
除法が用いられる場合を次のような場合があります。

(1) 等分除

ある数量を等分したときにできる1つ分の大きさを求める場合で、等分除といわれます。

具体的な問題としては「12個のあめを3人で同じ数ずつ分けます。1人分は何個になるでしょうか。」といった問題がこれにあたります。

図に表すと下のようになります。

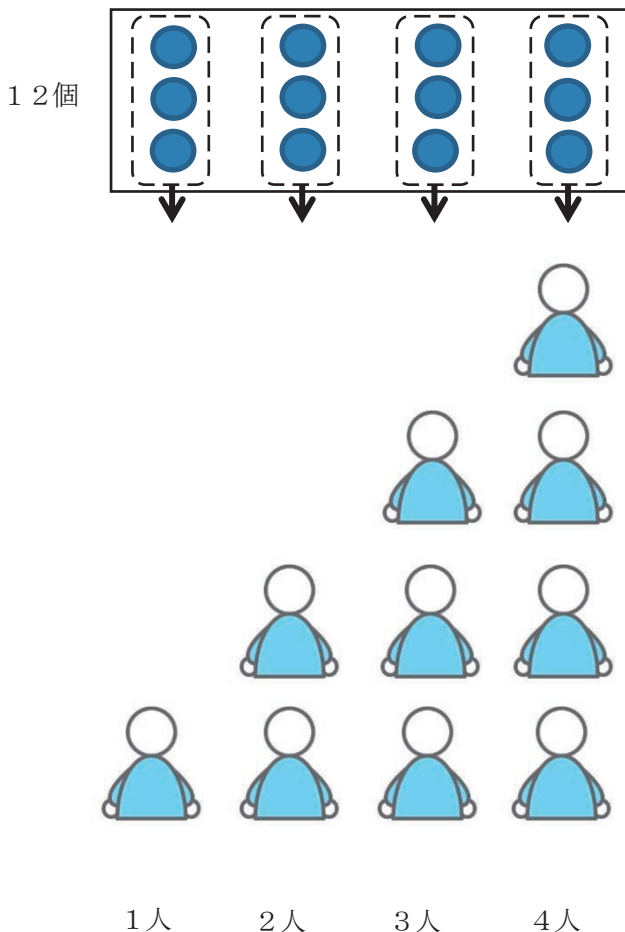


(2) 包含除

ある数量がもう一方の数量の幾つ分であるかを求める場合で、包含除といわれます。

具体的な問題としては「12個のあめを1人に3個ずつ分けます。何人に分けることができるでしょうか。」といった問題がこれにあたります。

図に表すと下のようになります。



(3) 等分除と包含除の統合

等分除と包含除は意味が異なる除法ですが、(1) (2) で挙げた例でいうと

いずれも $12 \div 3 = 4$ と表されます。

なぜ同じように表すことができるのでしょうか。その理由は次のように考えられます。

等分除は、 $x \times a = b$ と表され、かけられる数が分からない場合です。x を求める式は $b \div a$ となります。

一方、包含除は、 $a \times x = b$ と表され、かける数が分からない場合ですが、x を求める式はやはり $b \div a$ となります。

このように見ていくと、等分除も包含除も $b \div a = x$ と表すことができるといえます。

子供の様相

ここまで、加法、減法、乗法、除法について述べてきましたが、そのなかで、子供にとって、最も計算が難しいのは除法だといわれています。

その理由を考えてみましょう。

【理由1】

加法の計算をする場合、加法しか用いません。減法の計算をする場合は、減加法のように加法と減法を用います。乗法では、筆算をしなくてはならない場合、乗法に加えて加法を用います。除法では、筆算をしなくてはならない場合、加法、減法、乗法の3つの計算を用います。

したがって、除法の計算をする場合、最も多くの計算をスムーズに行わなくてはならないことから、最も難しいといえます。

【理由2】

乗法は、どんなに桁数が多くなってもかけられる数、かける数が見えていますが、除法は、計算をする対象が見えないため、計算をする人自身がそれを見つけなくてはならないことが難しい理由だといえます。例えば、 $360 \div 24$ の計算をする場合、24に何をかけたらよいかが見えてこず、しかも、その数を見つけるのは容易ではありません。

これらの理由から、除法の計算が確実にできるようにするためには、それまでに学習する加法、減法、乗法の計算を確実にできるようにしておくことが求められます。

第1章の引用・参考文献

- ・ 青山庸 (2015), 『初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために』, 東京書籍.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわくさんすう1』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく2年下』.
- ・ 佐藤俊太郎 (1982), 「子どもにおける加法・減法概念の発達について」, 福島大学教育実践研究紀要第2号, pp. 31-36.
- ・ 佐藤俊太郎 (2010), 『算数・数学教育 つれづれ草』, 東洋館出版.
- ・ 算数教育研究会 (2001), 『新説 算数教育の理論と実際』, 聖文社.
- ・ 算数指導アイデア研究会 (1991), 『教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に』, 新興出版社啓林館.
- ・ 杉山吉茂 (2008), 『初等科数学科教育学序説』, 東洋館出版.
- ・ 日本数学教育学会 (2011), 『算数教育指導用語辞典 [第4版]』, 教育出版.
- ・ 文部科学省 (2008), 『小学校学習指導要領解説算数編』.
- ・ 山田篤史 (2004), 「逆思考問題の問題解決に関する調査とその分析: 正答率と正誤パターンの学年間での変化に焦点をあてて」, イブシロン46, pp. 21-30.

第2章 量と測定

§1 量の概念

1.1 量の分類

子供は、小学校に入学する前から日常生活の中でいろいろな量に触れてきています。小学校の学習では、それらを量の概念にまで高めることが大きなねらいとなっています。

量の概念にまで高めるということは、例えば、長いということを経長の概念に、広いということを経長の概念に、速いということを経長の概念に変えていくということです。

ここでは、量にはどのようなものがあるか整理しておきましょう。

量とは、大小の比較ができる対象をもっているもののことをいいます。例えば、人数、物の個数、長さ、重さ、時間、面積、速さなど、いろいろな量があります。

(1) 分離量と連続量

量を大きく分けると、分離量と連続量があります。

分離量とは、2つの集まりを1対1に対応させたとき、対応する相手がなくなって残りが出た方が大きいというようにして、どちらが多いかを比較できる量のことをいいます。別のいい方をすると、人数のように1人、2人というように自然数を用いて表すことができる量ということもできます。そして、分離量は、離散量と呼ばれることもあります。

連続量とは、おのおのの全体を対応させたとき、対応する共通部分を除いた部分が残る方が大きいというようにして、大小の比較ができる量のことをいいます。別のいい方をすると、例えば、長さのように数値化された値が一般的には連続する量ということもできます。また、速さのように、すでに知っている2つの量に関係して、その一方を定めたとき、他方の量の大小で比較できる量も連続量といえます。

これらのことを具体的に説明すると、分離量である人数は1人、2人というように自然数を用いて表すことができますが、連続量である長さは、そのままでは自然数を用いて表すことができません。m や cm という単位を決めることによって数値化することができ、その数値化された値は一般的に連続的な値になるということです。同じく連続量である速さの場合、1時間で

40km 走る自動車と 1 時間で 50km 走る自動車では後者が速いといえるような量も連続量といえるということです。

ここで、気を付けなくてはならないのは、分離量は自然数で表すことができ、連続量はそのままでは自然数で表すことができませんと説明しましたが、分離量である人数には「人」、物の個数には「個」という自明の単位があることによって、自然数で表すことができるのであって、「人」や「個」をさらに細かく分けていき、新たな単位が作っていくとすると、分離量と呼ぶことができなくなってしまいます。

したがって、分離量と連続量の区別の目安としては、次のような説明ができます。

- ・自明の単位があるかどうか
- ・基準となる単位をいくらでも小さくとることができるかどうか

なお、現行の小学校学習指導要領（算数科）の「量と測定」領域で扱う量は連続量です。

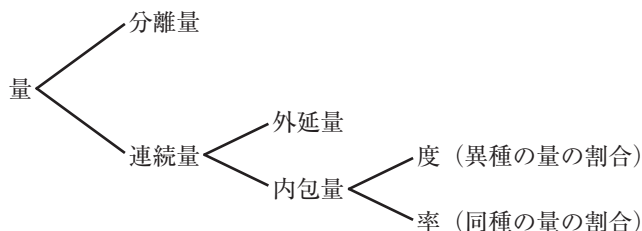
(2) 外延量と内包量

(1) において、量は分離量と連続量に分けることができると述べましたが、連続量はさらに外延量と内包量に分けることがあります。

2 m のテープと 3 m のテープをつなぐと 5 m になるというように加法が成り立つという性質を加法性といいます。この加法性をもっている量を外延量といいます。外延量は、その他にも重さ、面積などがあります。

一方、40% の食塩水に 70% の食塩水を加えると 110% とはならないことから濃度は加法性をもっていないこととなります。このような加法性もっていない量を内包量といいます。さらに、内包量は、2 つの量が異種の量の割合の場合（速さなど）としての「度」と、同種の量の割合の場合としての「率」とに分けられます。

(1) (2) の観点から量を分類すると、次のような図になります。

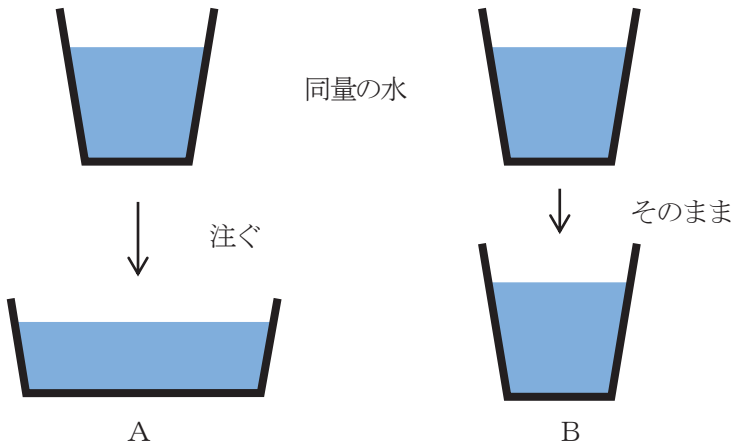


1.2 量の保存

1.1の(2)において、量を加法性によって分類しましたが、この性質は量が移動したり、分割したり、合併したり、変形したりしても、その大きさは変わらないという量の保存という性質を前提としています。

この保存の概念の獲得が量の概念の形成に極めて重要な前提条件であることを指摘したのは、発達心理学者のピアジェ (Piaget, J. 1896-1980) です。ピアジェは、子供を対象にして、いろいろな量の保存に関する実験を行いました。ここでは、液量(かさ)の実験を紹介します。

子供に、下の図のように同量の水が入った2つのコップを見せます。そして、1つのコップを直径が大きく背の低いコップに注ぎます。このとき、2つのコップAとBのコップの水の量は同じか尋ねます。



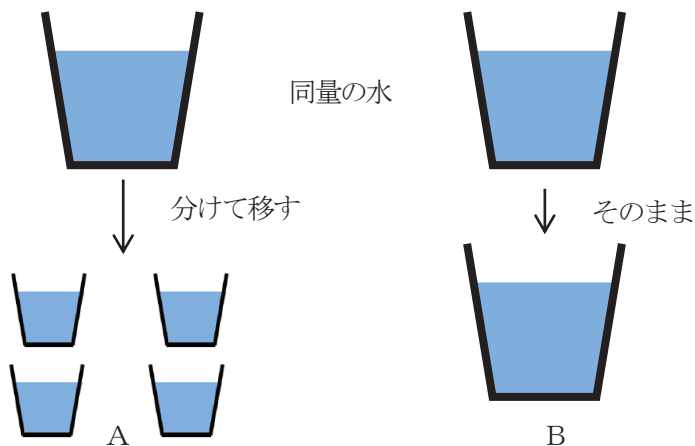
この実験を通して、ピアジェは液量(かさ)の保存は3つの段階を経て発達することを示しました。

第1段階は、保存の概念が獲得されていない段階で、見かけて判断し、Bの方が多いと答えるのは、この段階です。

第2段階は、認知的葛藤の生じる、移行期といえる段階で、高さだけでなく、幅にも目を向けますが、依然として正確な判断ができないのは、この段階です。

第3段階は、保存の概念が獲得されている段階で、AとBは等しいと答えるのは、この段階です。

この他にも、次のような実験があります。




このように、すべての水を小さなコップに分けて移したとき、ある子供は多くなった、ある子供は少なくなったと答えたそうです。こうした子供達は、やはり保存の概念が獲得されていない段階だといえます。

ピアジェは量の種類によって、保存の概念が獲得される時期は前後しますが、どのような量であっても、この3段階を経て量の保存が認識できるようになると述べています。


また、量の保存の認識は、子供の知的発達の段階を探る上で、目安になるといわれています。

かわらない重さ



左のいろいろな形は、
どれも重さ1kgのねん土で
つくったものです。

形がかわっても
重さはかわりま
せん。



(啓林館「わくわく算数3年下」)

低学年の授業を構想していく際には、量を他の位置に移した場合、見かけの形が変わった場合、さらに、1つの量をいくつかに分割した場合などについては、重ねたり、元に戻したりして、量の大きさが変わらないことを確かめさせるようにし、保存性が認められるように仕向けていくことが求められます。

1.3 量の性質

日常生活の中で触れる量を量概念にまで高めていくには、量の性質を明らかにしていく必要があります。

ここでは、量にはどのような性質があるかを述べていきます。

(1) 量の加法性

同種の量について、たしたり、ひいたりすることができることで、その大きさがもとの量の大きさだけで一意に決まることです。

ここで留意しなければならないことは「同種」ということです。例えば、カップ1杯の水とカップ1杯のアルコールを混合する場合、カップ2杯にならないということが起こるからです。このことは、カップ1杯の米とカップ1杯の大豆を混ぜ合わせるとき、大豆の隙間に米が入り込んで、カップ2杯にならないことに似ているといえます。

量の和を作るとき、次の性質が成り立ちます。

同種の量 a , b , c について

- ① $a+b=b+a$ (交換法則)
- ② $(a+b)+c=a+(b+c)$ (結合法則)
- ③ $a+b>a$
- ④ $a>b$ ならば、 $a+c>b+c$

(2) 量の測定性 (測定の可能性)

量が測定できるのは、その量を正の実数に対応させることができるからです。そのためには、量が連続であることが必要です。しかし、小学校で扱う数は有理数までですから、量の測定性については、次の程度に扱うことになるでしょう。

- ① 同種の2量の間にいくらかでも同種の量が存在するということです。このことにより、量の数値化がいくらかでも詳しくできることとなります。また、このことは、量の測定値の精度をいくらかでも高めることができることを意味しています。

- ② 量は整数で何等分でもできることで、それにあたる量が存在するということです。このことにより、例えば、測定の単位を $\frac{1}{n}$ にすることができることとなりますので、ものさしなどの計器を工夫する際の単位設定の原理となります。
- ③ 同種の2量 a , b が $a > b$ のとき、 b を2倍、3倍、…していくと、いつかは a 以上になる整数が存在するということです。このことにより、どんな大きな量でもその量と同種の量を単位として、そのいくつ分、あるいはそれに近い値として測定ができることとなります。

1.4 量の指導の順序

子供に何か教えるとき、易しいものから難しいものへという原則があります。

量については、何が易しく、何が難しいのでしょうか。

その目安としては、まず長さ、広さのように目に見えるものと、時間のように目に見えないものに大きく分けることができるでしょう。次に、内包量の方が外延量よりも難しいといっておよいでしょう。

これらの目安に沿って考えると、次のような順番になるでしょう。

長さ、広さ（面積）、角、体積（容積）、重さ、時間、速さ、濃度

しかし、現行の小学校学習指導要領では、次のような順番になっています。ただし、1年生は単位が教えられていないので除きます。

（時間）、長さ、容積、重さ、角、面積、体積、速さ、濃度

これを見ると、必ずしも「易から難」になっていないことが分かります。

その理由としては、まず日常生活に必要なかどうかということです。目に見えない時間が最も早く指導されるのは、子供が生活をしていく上で必要だからです。学校へ行く時間、勉強の時間、給食の時間など、時間は子供にとって欠かせないものですから、早く教えているのです。

それでは、容積はどうでしょうか。みなさんの中にも、dLはほとんど見ることも、使うこともないのでどうして学習するのだらうと思っている人も少なくないと思います。しかも、その容積を早い時期に指導するのはなぜでしょ

うか。

それは、「測る」ということを指導しやすいからです。容積は、単位を「ます」で決めます。その「ます」に入る量を、例えば1 dLとするのです。そして、それが何杯あるかで何 dLとします。このように、「測る」意味を教えやすいかどうかという面からも、指導の順序が考えられています。

子供の様相

量について、子供はどのようなところに難しさを感じるのかについて、述べていきます。

「長さ」について

長さの難しさの1つとして、それを表す表現が多様にあるということが挙げられます。

例えば、教室の中を思い浮かべてみてください。

教室の側面から側面までの幅は「長い・短い」だけでなく、「広い・狭い」という表現が用いられることがあります。このように、床から天井までの高さは「高い・低い」、教室全体の空間は「広い・狭い」という表現が用いられます。

これが、教室ではなく運動場になると、校舎の高さは「高い・低い」ですが、同じ上下の関係でも地面に掘った穴の深さは「深い・浅い」となります。

これらはすべて長さですが、その場所や状況によって、表現が変わってきます。

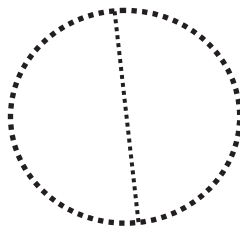
こうした表現の中でも、「広い・狭い」は最も多くの場面で用いる表現です。幅が「広い・狭い」のような場合は1次元を表す表現として、畑が「広い・狭い」のような場合は2次元を表す表現として、洞窟が「広い・狭い」のような場合は3次元を表す表現として用いられています。

子供達に伝える際には、どこの長さなのかを明確に伝える工夫が必要となってきます。

さらに長さを難しくすることとして、長さ（線分）を想定しなくてはならないことが挙げられます。

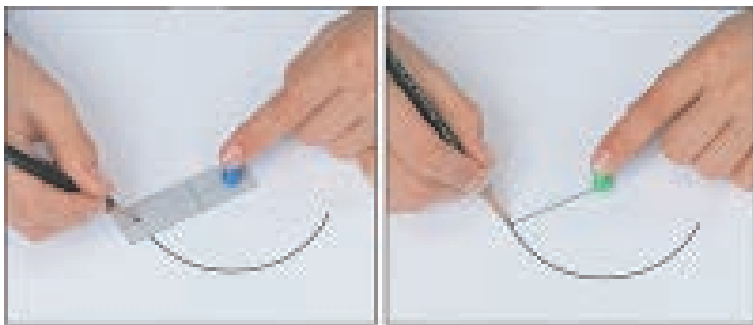
例えば、「この部屋の入り口は狭い」といったとき、子供の目に見えるのは面、もしくは空間であり、長さは見えていません。したがって、子供は

測るべき長さ（線分）を想定して測らなければいけません。また、円の学習において、直径や半径といっても、中心を通る円周から円周までの長さや中心から円周までの長さは目に見えないため子供が想定して測らなければなりません。



このような難しさを踏まえて授業を構想していると考えられるのが、下の図のような工夫です。

コンパスを使う前に、方眼紙や糸を使って、線分を見えるようにし、円をかく活動を取り入れています。円が中心から等距離にある点の集まりであることを理解させようとしています。



(啓林館「わくわく算数3年上」)

「重さ」について

重さの難しさは、重さが目に見えないこと、そして、体の中で重さを感じる器官が筋肉であることが挙げられます。

筋肉は、視覚ほど敏感ではありません。したがって、重さの微妙な違いを感じとることが難しいのです。さらに、筋肉は視覚と比べて、錯覚を起こしやすいのです。

ある荷物を持った後に、それよりも重い荷物を持ち、もう一度、はじめに持った荷物を持つと、軽く感じるといった経験を、みなさんもしたことがあるでしょう。

このように、重さを感じとる筋肉は、直前の行動に影響を受けやすいのです。

また、重さは力と混同してしまうことが起こりやすいという難しさもあります。右の教科用図書の記述のように、片足で立つと軽くなり、力を入れると重くなると考える子供は少なくありません。この教科用図書の記述は、こうした重さの難しさを意図的に扱い、正しい概念を獲得させようとしています。



(啓林館「わくわく算数3年上」)

「角」について

角の難しさは、図形として見ると、1点を共有する2つの半直線できている平面図形で、2次元の拡がりをもつものですが、量としての角は2次元ではないということが挙げられます。

例えば、面積ならば2次元の図形に対応しており、量も（縦の長さ）×（横の長さ）のように長さを2回かける2次元です。体積ならば3次元の図形に対応しており、量も（縦の長さ）×（横の長さ）×（高さの長さ）のように長さを3回かける3次元です。しかし、角はそうではないのです。

また、角は辺の長さに依存しないものなのですが、子供は下のように角の大きさは等しく、辺の長さが長い角と短い角を見せて、どちらの角が大きいかと尋ねると、決まって辺の長さが長い角という子供がいます。



このことは、2次元の図形であるにもかかわらず、量は1次元であることに無関係ではないでしょう。

こうした難しさを踏まえ、授業を構想していく際には、角を直接重ねたり、紙に写しとって間接的に比べたりするような活動を取り入れるなどの工夫を

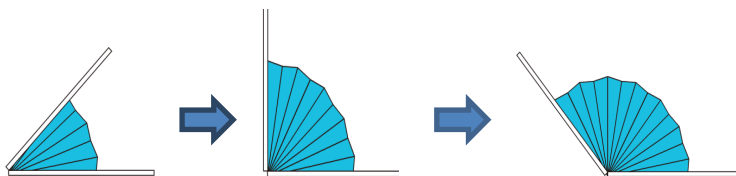
することが求められます。



(啓林館「わくわく算数4年上」)

また、角を静的な図形としての角ではなく、下の図のように動きのある回転角として捉えさせるような工夫をすることが求められます。

おうぎを開いて、いろいろな
大きさの角をつくってみましょう。



(啓林館「わくわく算数4年上」)

「時間」について

長さについては、目で見たりして感じることができます。重さについても、微妙な違いを感じとることができないものの、およその重さは感じとることができます。

時間については、長さや面積のように目で見ることができません。では、時間はどこで感じとっているのでしょうか。残念ながら、これといった器官

が思い浮かびません。

また、みなさんも経験があると思いますが、楽しい時間は早く過ぎていきますが、楽しくない時間は、なかなか過ぎてくれません。意識していると、さらに遅く感じたり、無意識でいると早く感じたりするということもあります。

こうしたことから、時間は小学校で学習する量の中では、最も難しい量といえます。

このことにかかわって、杉山（2008）は「運動と時間には関係がある」と述べています。

確かに、私達は、夜寝ているとき、つまり、運動していないときは時間を感じません。「今日は、何時間寝た」と分かるのは、あくまでも時計を見て分かるのであって、器官で感じているわけではありません。一方、ボクシングのように1ラウンド3分と決まっているスポーツをする人や音楽の演奏をする人は、およそ何分という時間が分かるそうです。

したがって、授業を構想する際には、運動と関連させて時間を捉えさせるような工夫が求められます。例えば、下のように1秒ごとに手をたたいたり、時計を見ないで1分間たったら手を挙げたりするような活動を取り入れるなどの工夫が求められます。

1秒ごとに手をたたきましょう。



(啓林館「わくわく算数3年上」)

§2 測 定

2.1 測定とその意義

測定とは、量の大きさを数で表すために、同種の量で、基準になる量（基準量）を決めておき、数値化しようとする量が、基準量の何倍にあたるかを表そうとすることです。

このとき、基準になる量（基準量）を単位といい、何倍にあたるかを表す数値を測定値といいます。

測定には、量を数に置き換える考えがあり、数にすることによって、§1で述べたような様々な性質が成り立つようになってきます。また、測定によって、量が数値化されると、量の大きさを伝えたり、記録したりすることが容易になるだけでなく、量を演算の対象として処理しやすくすることができます。

2.2 直接測定と間接測定

測定の方法は、「直接測定」と「間接測定」の2つに分けられます。

直接測定とは、計器の目盛りを直接読むことによって測定値を得る測定方法です。例えば、ものさしを用いた長さの測定や、はかりを用いた重さの測定などは直接測定にあたります。

間接測定とは、測定しようとする量とは異なる別の量を測定し、その測定値を用いて間接的に量を測定する方法です。例えば、長方形の面積を求める場合、縦の長さと同横の長さを測定して面積を求めたり、自動車の速さを求める場合、自動車が走った長さ（距離）と自動車が走った時間を測定して速さを求めたりすることなどは間接測定にあたります。

間接測定では、基本となるいくつかの単位（基本単位）を決め、それらを組み合わせることで、測定したい量の単位（組立単位あるいは誘導単位）を設定することになります。例えば、面積の場合、長さの単位（cm）から面積の単位（ cm^2 ）が導かれます。

ここで、1.4で述べた指導の順序を改めて見てみましょう。

（時間）、長さ、容積、重さ、角、面積、体積、速さ、濃度

これを見ると、直接測定、間接測定の順になっていることが分かります。したがって、測定の観点からは、「易から難」になっているといえるでしょう。

2.3 測定の段階

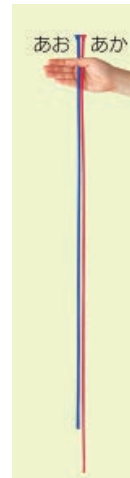
測定は、まず比較から始まります。人類の歴史の中で、比較の方法を工夫していくことが、測定に繋がっているといえます。

小学校では、計器による測定を学習することを通して、量の概念をより明確にしていくことをねらいとしています。

ここでは、長さを例に測定の段階を述べていきます。

(1) 直接比較

例えば、2本の鉛筆など、移動できる場合には、これを動かして並べて置いたり、重ねたりして比較します。



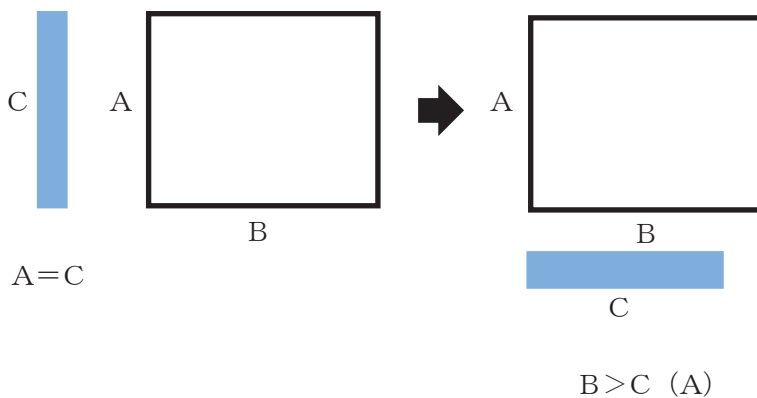
(啓林館「わくわくさんすう1」)

この場合、基準を揃える、すなわち、端を揃えて、反対側の端でその大きさを判断します。

(2) 間接比較

比較しようとする物が、移動できない場合、例えば、机の縦の長さや横の長さなどは、そのままでは比較できません。

このような場合には、下の図のように、別にひもやテープなどを用意して、それを仲介にして長さを写しとり、Cを第3の量とすることによって、直接比較の考えに基づいて大小を判断します。



この場合、量の保存の概念、 $a < b$, $b < c \rightarrow a < c$ という推移律の認識があることが前提となります。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

(3) 任意単位による測定

どちらが長いかを比較するのではなく、適当な物、例えば、身近にあるブロックやクリップなどを単位に選び、その何倍（幾つ分）であるかを数値を用いて表して大小を判断します。

間接比較（どちらが長い）から任意単位による測定（どれだけ長い）への移行は、量の大きさを数値化し、数の世界で判断するようになるという意味で極めて重要な意味をもっています。



(啓林館「わくわく算数2年上」)

(4) 普遍単位による測定

長さの場合、m、cm、mmなどの普遍単位をもとに、大小の判断をしたり、測定したりします。

この場合、任意単位では、基準にする大きさが人によって異なるなどの不便さから、客観的な単位の必要性に気付かせ、その単位を用いて測定できるようにすることが重要です。



(啓林館「わくわく算数2年上」)

2.4 単位

測定にかかわっては、単位が非常に重要となってきます。ここで、単位について整理をしておきます。

(1) 任意単位と普遍単位

任意単位は、2.3で述べたように、身近にある物を自由に単位として選ぶことができますが、貿易など人類の経済活動等の範囲がより広がっていきにつれて、単位についても空間的・時間的に変わらないものを共通に、組織的に選ぶことが必要となりました。このような必要から定められたのが、普遍単位、あるいは客観単位などといわれているものです。

各国では普遍単位を法律で定めているので、法定単位ということもあります。

我が国では、1891（明治24）年に計量に関する法律として、度量衡法が定められました。その当時はメートル条約に加盟していたので、メートル法を法定単位としていましたが、従来から用いられていた尺貫法も併用することが認められていました。

その後、1952（昭和27）年から計量法が施行され、1959（昭和34）年からメートル法を全面的に用いることになりました。

(2) 基本単位と組立単位

いろいろな量の単位を定めるために2つの方法があります。1つは基本的な量の単位を定める方法で基本単位といい、もう一つは、それらを組み合わせで他の単位をつくる方法で組立単位、または誘導単位といいます。

小学校で扱う基本単位は、長さ、重さ、時間の単位であり、組立単位は、面積、体積、速さです。

(3) 補助単位

基本単位と組立単位で量の大きさを表すとき、測定値が適当な大きさで表すことができるようにするため、補助単位が作られています。

我が国で採用しているメートル法では、単位の10倍をデカ、100倍をヘクト、1000倍をキロのように定めています。

例えば、長さの場合、メートル（m）を基本単位として、1000倍の長さの単位をキロメートル（km）のように構成しています。面積や体積の補助単位は、平方メートル（ m^2 ）、平方キロメートル（ km^2 ）のように長さの補助単位を用いて構成しています。

2.5 メートル法

(1) メートル法の由来

メートル法は、単位のとりが国により、地方によって異なるのでは大変に不便であるということから、これを国際的に統一しようとしてできた単位系のことで、国際単位系として定着してきました。

当初、1メートルは地球の子午線の極から赤道までの長さの千万分の1を実測し、基準のものさしを作りましたが、その後、精度が問題とされるようになり、現在は光が真空中で299792458分の1秒に進む距離を1メートルとしています。

(2) メートル法の長所

① 十進法を採用しているので、単位の記号が規則的であること

補所単位が、下の表に示すように、十進法にしたがって決められています。

キロ	ヘクト	デカ	基本	デシ	センチ	ミリ
k	h	D		d	c	m
10^3 倍	10^2 倍	10 倍	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$

② 基本単位から組立単位が導きやすいこと

例えば、長さの単位から面積や体積の単位は次のように導くことができます。

$$\begin{array}{lll} \text{cm} \rightarrow \text{cm}^2 & \text{m} \rightarrow \text{m}^2 & \\ 10\text{m} \rightarrow \text{a} & 100\text{m} \rightarrow \text{ha} & \text{km} \rightarrow \text{km}^2 \end{array}$$

また、水の体積と重さの関係も簡単に捉えることができます。

$$\begin{array}{lll} 1\text{cm}^3 \rightarrow 1\text{g} & 100\text{cm}^3 (1\text{dL}) \rightarrow 100\text{g} & \\ 1000\text{cm}^3 (1\text{L}) \rightarrow 1\text{kg} & 1\text{m}^3 \rightarrow 1\text{t} & \end{array}$$

③ 世界共通の単位であること

現在、メートル法以外の単位系を採用している少数の国においても、科学技術者はメートル法を用いています。

第2章の引用・参考文献

- ・ 青山庸 (2015), 『初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために』, 東京書籍.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわくさんすう 1』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく 2 年上』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく 2 年下』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく 3 年上』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく 3 年下』.
- ・ 啓林館 (2011), 『わくわく 4 年上』.
- ・ 佐藤俊太郎 (2010), 『算数・数学教育 つれづれ草』, 東洋館出版.
- ・ 算数教育研究会 (2001), 『新説 算数教育の理論と実際』, 聖文社.
- ・ 算数指導アイデア研究会 (1991), 『教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に』, 新興出版社啓林館.
- ・ 杉山吉茂 (2008), 『初等科数学科教育学序説』, 東洋館出版.
- ・ 日本数学教育学会 (2011), 『算数教育指導用語辞典 [第4版]』, 教育出版.
- ・ 文部科学省 (2008), 『小学校学習指導要領解説算数編』.

第 3 章 图 形

§1 図形の概念

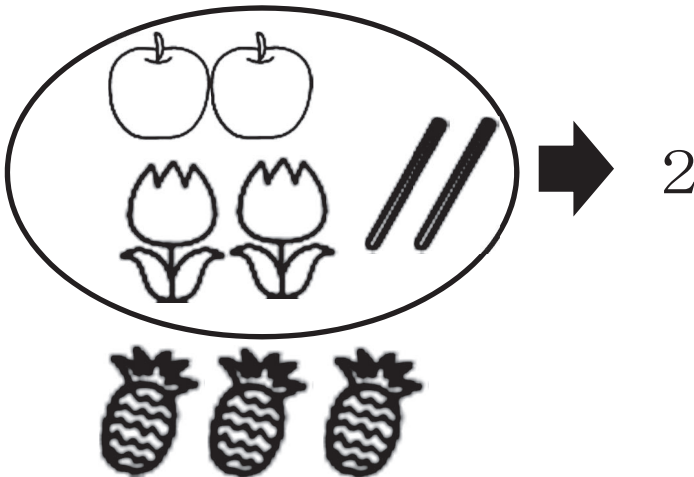
学校で図形を学習する大きな目的の1つは、図形の概念形成です。

教育の世界では、概念という言葉をよく耳にしますが、概念とは何なのでしょう。

新明解国語辞典(1981)は、概念について「個々の事物の特殊性を問題にしないで、共通性だけを取り出して扱う様子」と述べています。

このことを、花を例に考えてみましょう。花には、赤い花、白い花、きれいな花、大きい花、かわいい花、…とさまざまな花がありますが、いずれも同じ花であると見ることができるので、「花」という概念が生まれます。したがって、何を同じであると見るかによって、概念は違ってきます。

次は、算数・数学に近い例で考えてみましょう。下の絵をみると、リンゴ、チューリップ、鉛筆とそれぞれ異なる物のように見えますが、数という観点で見ると、いずれも2つずつあるという共通性が見いだせます。ここに「2」という数の概念が生まれます。しかし、パイナップルは3つなので「2」という概念はあてはまりません。



このように、図形の学習では、様々な図形について何が同じで、何が違っていているのかを認識できるようにすることが大きな目的の1つです。

図形概念は、図形それ自体と、図形に関係がある概念の両方を含んだものであり、対象概念、関係概念、操作概念に分けられます。

ここでは、平面図形について3つの概念を述べていきます。

1.1 対象概念

対象概念とは、具体物からその材質、色彩、大きさ、置かれている位置などの属性に関わりなく、「形」という属性だけに着目して理想化や抽象化を行って得られたものです。この概念は図形そのものを扱うという意味で、対象と名付けられています。

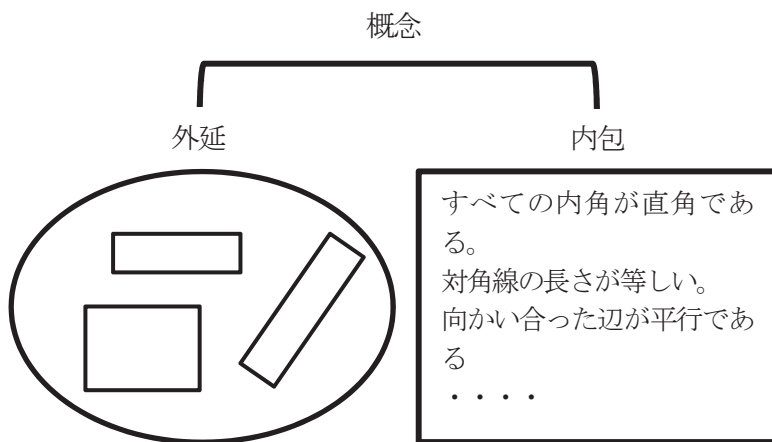
図形概念は、数学的对象として定義されますが、定義のみによって、概念が成立するわけではありません。概念には、内包と外延という2つの側面があります。

内包とは、図形の集合に共通な、しかもそれらによって、それらの図形が他の図形と明瞭に区別されるような本質的な特徴や性質のことをいいます。

外延とは、その概念に相当する図形の範囲、もとの図形の集合のことをいいます。

また、概念の名前を概念名、概念名によって心に浮かぶイメージを概念イメージ、概念の定義を概念定義といいます。

これらを、長方形を例に図に表すと、次のようになります。



概念名	長方形
概念定義	すべての内角が直角である四角形である。
概念イメージ	長方形という名前から心に浮かぶイメージ 例えば、横に長い四角形

概念定義は、概念の規定し、言語的・記号的に表現されます。概念定義は、最初から定まったものではなく、子供が理解しやすい、あるいは学習の目的に適したものを選択すればよいと考えてよいでしょう。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

例えば、算数科の教科用図書では、平行を上のように定義しています。

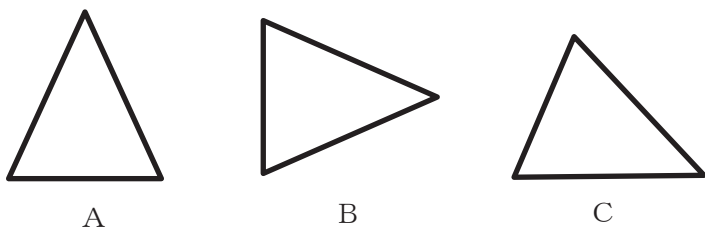
もし、平行な直線を、中学校の数学のように定義すれば、2直線が平行であるかどうかを確かめるためには、2直線を無限に伸ばして交わらないことを確かめる必要がありますが、このことを実際に確かめることはできません。したがって、子供が操作を通して実際に確かめることができる定義のことを、操作的定義と呼び、算数科では多く用いられます。

数学においては、概念定義を行います。日常生活のほとんどの概念は定義をしないため、生徒は定義する習慣がなく、その結果、概念定義は忘れてしまうことが多いようです。

算数科の授業を見ると、教師が概念定義を丁寧に板書し、子供に写させたり、フラッシュカードを用いて反復練習をさせたりする場面に出会うことがあります。それらを用いる場面がなければ、そのほとんどは忘れ去られてしまうということを知っておく必要があります。

一方、概念イメージは、必要なときに想起され、問題解決に用いられます。しかし、概念イメージが融通性を欠くと、概念を理解する上で妨げになることがあります。

したがって、下のAは二等辺三角形と呼ぶが、BやCは二等辺三角形と呼ばないという子供も見られますので、留意しておく必要があるでしょう。



平面図形の対象概念には、次のようなものがあります。

構成要素

点（頂点，中心），直線（線分，辺，半径，直径，対角線）

平面図形

角（内角，外角），三角形（正三角形，二等辺三角形，直角三角形）

四角形（正方形，長方形，台形，平行四辺形，ひし形），円 など

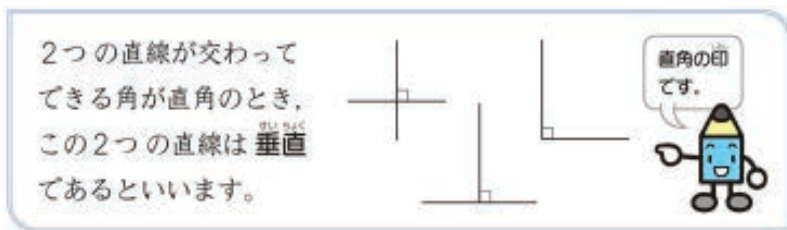
1.2 関係概念

関係概念は、大きく2つに分けられます。

(1) 図形と図形の関係

垂直，平行，合同，相似，対称

例えば，直線と直線の関係について，垂直という関係概念があります。



（啓林館「わくわく算数4年下」）

(2) 図形に関する量の関係

長さ、面積、体積などの相等、大小

これらの概念を理解することは、内包を豊かにすること、すなわち、図形の本質をよく捉えることができるようになることであるため、重要であるといえます。

1.3 操作概念

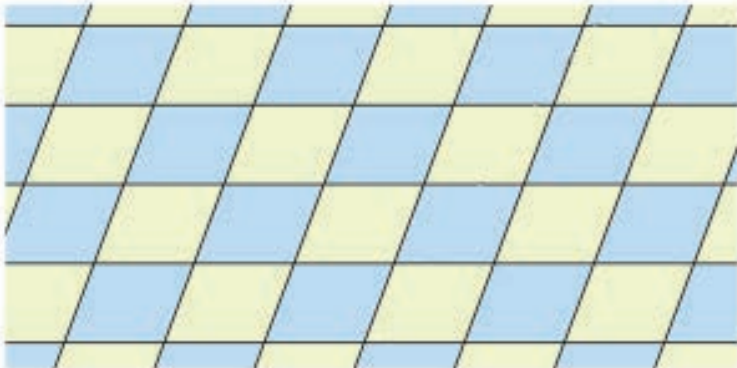
操作概念とは、図形の間を動的に見ることによって得られる概念のことをいいます。

例えば、平行移動、回転移動、対称移動、拡大・縮小する操作などが挙げられます。

また、図形の操作としては、折り紙を折ったり、重ねたりするもの他に、構成や作図があります。

構成とは、色板や棒、点などを用いて図や立体をつくることをいい、面による構成、線による構成、点による構成、立体による構成があります。

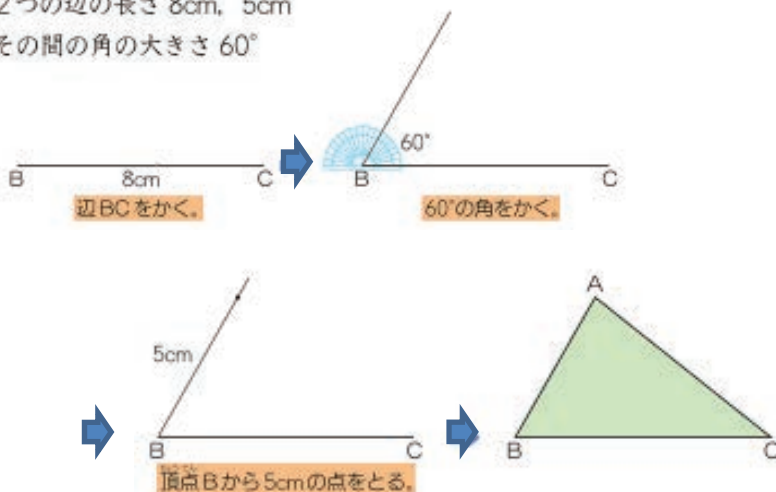
1 右のような、形も大きさも同じ
平行四辺形をならべて、すきまなく
しきつめてみましょう。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

作図とは、ユークリッド幾何においては、定規（直線を引くこと）、コンパス（円をかくこと）以外の道具を使うことは許されませんが、小学校では、作図を広く解釈して、紙を折ったり、ものさしや分度器を使ったりすることも認めて、作図を行います。

2つの辺の長さ 8cm, 5cm
その間の角の大きさ 60°



(啓林館「わくわく算数5年上」)

子供の様相 ～図形概念の認知～

子供の図形の捉え方については、いくつかの段階があって、段階が違えば、言葉の意味や正しさの基準など、図形の捉え方そのものが異なるということが分かっています。

図形の学習を終えた大人であれば、図形についての言語は、基本的に共通しています。ところが、学習の過程にある子供達は、それが違うというのです。

例えば、小学校4年生くらいまでの子供には、図を正確にかかなくてははいけません。教師が、いい加減な図をかけば、子供に誤解を与える原因になります。これは、黒板にかかれた、印そのもの、つまり、チョークの跡が図形と考えているからです。

小学校3年生のある事例が報告されています。

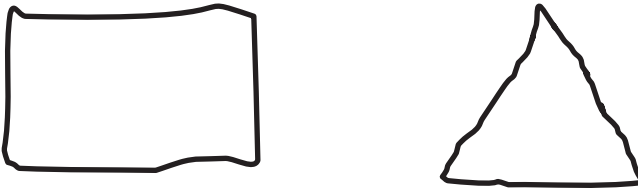
いくつかの点をとって、それを結ぶ直線は、全部で何本かという問題です。



教師は、2点を結ぶ直線は、当然1本であると思っていましたが、子供は2本引けると発表したのです。

大人である私達にとっては、点には大きさはないものだと認識していますが、いくらかの大きさをもつ印をつけなくては、点を視覚的に表すことはできません。しかし、子供は大きさをもった点（印）が点だと認識しているのです。したがって、上の図のように、直線が2本引けると考えるのです。

このような段階にある子供達は、教師が下のような直線でなかったり、角が丸くなっていたりする長方形や三角形として示すと、どうしてそんな図が長方形や三角形であるのか混乱してしまうのです。



子供に示す図はできるだけ正確に示すようにといわれる理由は、ここにあるのです。

子供の様相 ～図～

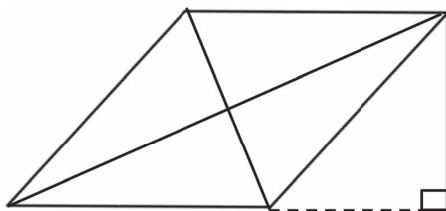
数は概念であり、数の概念を表すために数字があるということは第1章で述べたとおりです。このことと同じように、図形も概念であり、本来は頭の中に構成するものです。そして、図形概念を表す手段が図といえます。

図の性質と概念の性質を比較してみると、図には次のような特徴があるので、授業を構想する際には、留意しておく必要があるでしょう。

(1) イメージ性：図の心理的機能

図は図形のイメージ，つまり，映像的で，硬直化した意識を生じさせやすいものだといわれています。このイメージのおかげで，私達は図形を記憶したり，頭のなかで操作したりすることが容易にできます。

しかし，図のイメージ性は，図形についての余分な情報を与えることもあります。例えば，平行四辺形の対角線の性質を考えると，平行四辺形は斜めになっているという意識が強いと，下の図のように垂線を下ろして，直角三角形を作って考えるなど，余分な意識も生まれることがあります。



(2) 固有性：図の論理的機能

1つの図は，図形概念のうち，1つの固有な概念を表すので，1つの図から図形概念の一般性や普遍性を意識することが難しいものだといわれています。ときには，目の前にある図に固執してしまい，一般性や普遍性を全く意識できないこともあります。

したがって，授業を構想する際には，考え得るいく種類かの図を提示することによって，一般性や普遍性を保障する必要があります

子供の様相 ～ファン・ヒーレの「学習水準理論」～

これまでで紹介してきたピアジェ（Piaget, J.）は，子供の知的発達を成熟に重点を置いて見たのですが，オランダの数学教師ファン・ヒーレ（van Hiele）は学習の水準に重点を置いて見た理論，図形学習における「学習水準理論」を提唱したことによって，注目をあびました。

その理論では，図形学習における思考水準を，次の5段階に区別しています。

水準	0	1	2	3	4
対象	具体物	図形	性質	命題	論理
方法	図形	性質	命題	論理	
活動例	ノートと窓枠は同じ仲間である	二等辺三角形の2辺の長さは等しい	合同な2つの直角三角形より、「二等辺三角形は2つの角が等しい」	いくつかの命題から、ある命題を証明する	公理的体系を理解する
	認識・分類	分析・観察	整理・説明	証明	精緻

ファン・ヒールは、数学的思考の特質について、考察の「方法」であったものを新たに考察の「対象」としていくこと、すなわち「方法の対象化」にあるとして、図形学習における思考水準を提唱しました。例えば、0水準では、身のまわりの「具体物」などを「図形」という観点から把握する。第1水準では前の水準では「方法」であった「図形」を対象として、その「性質」を探究することになるというものです。

この理論は、図形学習の指導方法や体系、カリキュラム構成に対して、多くの示唆を与えるものだとされています。我が国の学校の学習内容にあてはめて考えてみると、小学校が第0水準～第2水準、中学校・高等学校が第3水準、大学が第4水準にあたるといわれています。

ただし、授業を構想する際に留意しておきたいことは、この理論が子供中心の活動によって、内容を構築していくためのものであって、教師ができた内容を提示していくような指導とは、考え方が全く逆であるということです。

また、子供中心の活動によって構成されていることから、学習指導要領の内容に必ずしも対応しているとは限りません。したがって、教師が教材・教具を工夫する際に、参考にするるとよい理論であるといえるでしょう。

§2 図形概念の形成

対象概念の形成の段階は、一般に3つの段階があるといわれています。

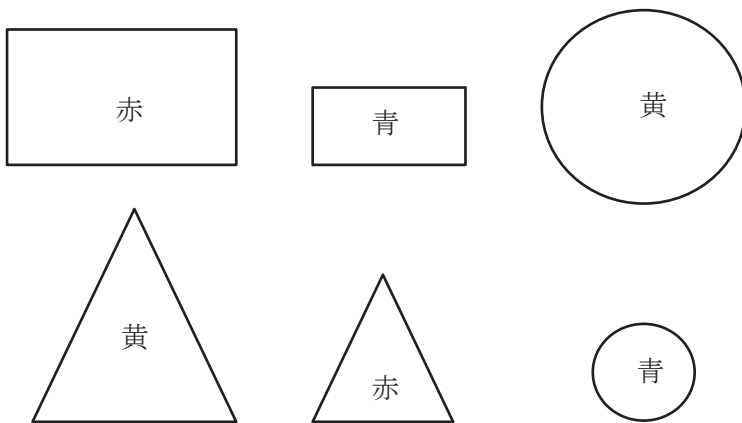
ここでは、三角形を例にして、それぞれの段階を述べていきます。

第1段階 具体物から形を抽象する段階

例えば、下の図のような色つきの色板を分類（仲間わけ）させます。

子供は、色、大きさ、板の厚さ、材質、機能性（よく転がる）などによって、分類することが予想されます。

そんな時には、「なぜ同じ仲間なの?」「なぜ違う仲間なの?」と尋ねながら、形によって分類する方向に導いていきます。



できた形を2つの
なかまに分けましょう。

ア  のなかま

イ  のなかま

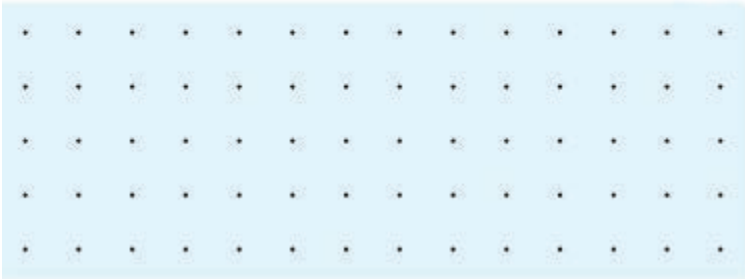


第2段階 構成要素に着目して、図形の性質を抽象する段階

まず、分類によって得られた三角形の形が、直線で囲まれており、頂点、辺、角の個数によって決まることに気付かせます。このとき、三角形の形からその共通性を抽象して、「三角形は3つの頂点をもつ」、「三角形は3つの辺をもつ」、「三角形は3つの角をもつ」という内包を形成したことになります。

つぎに、定規やコンピュータでいろいろな形の三角形をかかせたり、ジオボードなどでいろいろな三角形をつくらせたり、紙からいろいろな形の三角形を切り取らせたり、1つの三角形の頂点を動かして変形させたり、三角形の紙を移動させたりするなどして、子供の概念イメージの範囲を拡張して、内包の一般性を認識させるようにします。

点と点を直線でつないで、いろいろな三角形や四角形をつくりましょう。



(啓林館「わくわく算数2年下」)

三角形の紙を2つに切って、つぎの形をつくりましょう。

ア 2つの 三角形



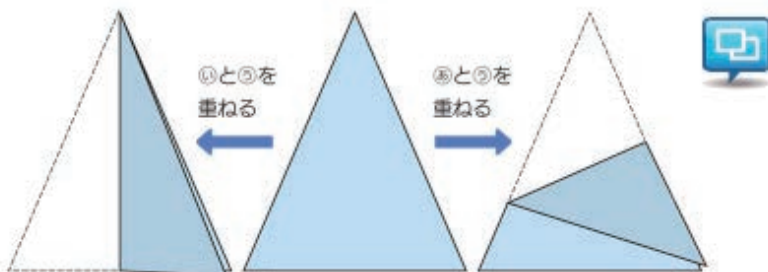
(啓林館「わくわく算数2年下」)

第3段階 対象概念間関係によって、対象概念の内包を増やす段階

三角形の色板をいくつか組み合わせて三角形や四角形を作らせたり、三角形の色板で敷き詰めをさせたり、1つの三角形を折りたたんでいくつかの三角形に分割させたりします。

3 右のような二等辺三角形をかいて、
角の大きさをくらべましょう。

📏 三角形を切り取り、角が重なるようにおいて、
大きさをくらべましょう。



二等辺三角形では、2つの角の大きさが同じです。

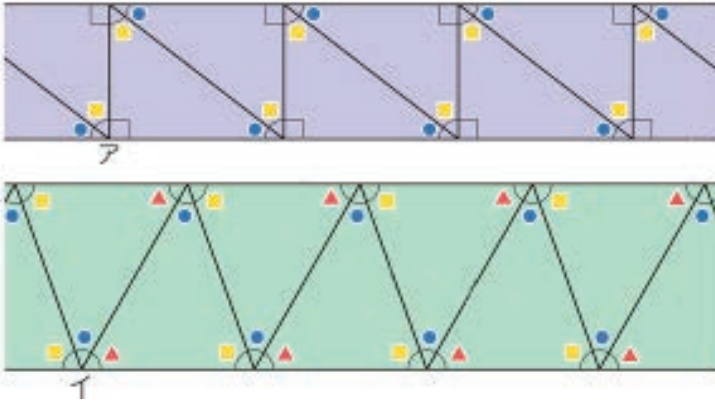
(啓林館「わくわく算数3年下」)

敷き詰めとは、合同な図形によって、平面をすき間なく、重なり合うことなく、並べていく操作のことをいいます。

その教育的な意義の1つとして、三角形や四角形等の図形の性質が、敷き詰めという文脈で捉え直され、関係的な理解ができるということが挙げられます。

第3段階においては、敷き詰めによってできる図形と三角形の関係に気付かせたり、三角形や多角形の内角の和を求めたりする際のアイデアのもととなる操作になります。

合同な三角形をテープのような形にならべていきます。

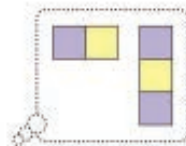
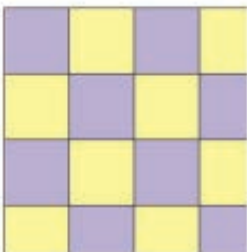


(啓林館「わくわく算数5年上」)

敷き詰めには、先に挙げた教育的な意義の他にも、平面の無限性や均質性や図形が作り出す美しさを意識させることができるということが挙げられます。平面の無限性や均質性は、平面の本質ともいえることで、位置を直線で結んだりする操作だけでなく、敷き詰めを通して意識させたいものです。

3 **1** で つくった 色紙を ならべて、下のよう な もようを つくりましょ う。

また、もようを 見て、いろい ろな 形を みつけましょ う。



いろい ろな 長 方 形 が は い っ て い ま す。

(啓林館「わくわくさんすう1」)

S3 図形の性質と数学的推論

算数科では、筋道を立てた考えで、数量や図形の性質や法則を発見したり、確かめたりする能力や態度を育成することがねらいの1つとなっています。

筋道を立てた考えとして、帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えがあります。これらは推論と呼ばれるものの典型的な思考形式です。

ここでは、これら3つの推論について述べていきます。

3.1 推論の意味

推論とは、真の命題（その内容が真であるか偽であるかを判断できる文章）から他の命題を導くことをいい、推理といういい方をすることもあります。

算数教育における思考としては、真の命題を導き出すことだけに限らず、誤った結論を得る可能性のある帰納や類推も推論に含めるのが一般的です。

したがって、推論は次の3つが考えられます。

- ・ 帰納的推論
- ・ 演繹的推論
- ・ 類推的推論

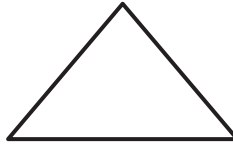
さらに、このような推論の他に、確率的な不確かさを伴う統計的推論などもあります。

3.2 帰納的推論

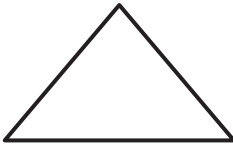
帰納的推論とは、個々の特殊な事例に基づいて、一般的な結論を導く推論のことをいいます。言い換えると、特殊から一般への推論の方法といえます。

帰納的推論は、新しい事実の予想や発見に適した推論で、子供の創造的能力を育成するという面から、極めて有効な推論であるといえます。ただし、この推論によって導かれた結論（予想）は、それが正しいかどうかの保証はなく、その真偽は他の方法によって検証されなければならないということに留意しておく必要があります。

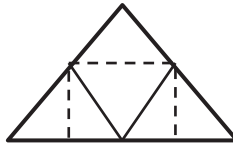
帰納的推論について、算数科の学習「三角形の内角の和」を例に説明してみましよう。



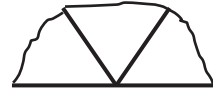
ア 三角形の内角の和は何度になるか調べる



測る
 $45 + 90 + 45$
 $= 180^\circ$



折る
 3つの角をあわせると一直線になるので 180°



切る
 3つの角をあわせると一直線になるので 180°



イ 他のいくつかの三角形の内角の和も 180° になった



ウ どんな三角形も内角の和は 180° になるであろう

三角形の内角の和が何度になるかを調べるため、アでは、分度器で3つの角を測ったり、三角形を折って3つの角を1点に集めたり、三角形の3つの角を切り取って並べたりすることによって、 180° になることを見つけます。

イでは、他のいくつかの三角形の内角の和についても調べ、他の三角形も 180° になることを確かめます。ここが、帰納的推論では大切なところです。

ウでは、ア・イからどんな三角形も内角の和は 180° になるであろうと結論を導きます（予想します）。

3.3 演繹的推論

演繹的推論とは、いくつかの真の命題を根拠にして、他の命題が真であることを論理的に導く推論のことをいいます。根拠とした命題を前提または仮定といい、導き出した命題を終結、または結論といいます。

そして、仮定から結論を、論理の法則に従って導き出す過程を演繹といい、次の三段論法はその代表的な例です。

(1) 仮言三段論法

p ならば q

q ならば r

ゆえに

p ならば r

(2) 定言三段論法

すべての x について

$p(x)$ ならば $q(x)$

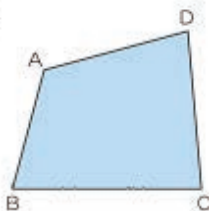
$p(a)$ である

ゆえに $q(a)$ である

演繹的推論について、教科用図書（「四角形の内角の和」）では、次のように扱われています。

⑤ 四角形の角

- 1 四角形の4つの角の大きさの和について調べましょう。
また、その調べ方を説明しましょう。

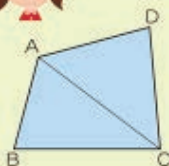


みらいさんの考えと説明

まず、四角形を対角線で2つの三角形に分けます。
三角形の3つの角の大きさの和は 180° で、四角形の4つの角の大きさの和は三角形2つ分の角の大きさの和と同じになるから、

$$180^\circ \times 2 = 360^\circ$$

$$360^\circ$$



(啓林館「わくわく算数5年上」)

3.4 類比的推論

考察の対象としている2つの事柄の類似性に着目して、既知である一方の対象が成り立つ事柄から、未知なる他方の対象についても成り立つであろうとする推論のことを類比的推論（類推）といいます。

この推論は、「あのやり方でうまくいったから、（それに似ている）このこともこのやり方でうまくいくであろう」というように、日常生活のなかでも、よく使われています。新たな事柄に着眼したり、性質などを発見したりする際に、極めて有効であるといえます。

ただし、帰納的推論と同様に、導かれた結論（予想）は、それが正しいかどうかの保証はなく、その真偽は他の方法によって検証されなければならないということに留意しておく必要があります。

類比的推論の例としては、次のようなものが挙げられます。

(1) 方法の推理

・直方体の体積を求めるときの類比的推論

長方形の面積は単位正方形のいくつ分で求めた。直方体の体積も、同じように単位立方体のいくつ分で求められるのではないか。

(2) 性質の推理

正方形の対角線は直交する。（それと似ている）長方形の対角線も同じように直交するのではないか。

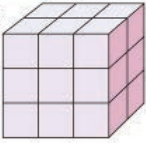
教科用図書には、類比的推論を促す次のような記述が多く見られます。

1 直方体・立方体の体積

1 左のページの㉔や㉕の直方体のかさの表し方を調べましょう。

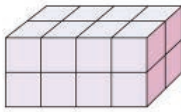
👉 1辺が1cmの立方体がいくつあるかを調べましょう。

㉔



6個が3だんで
18個

㉕



8個が2だんで
16個

🔍 **きっかけ**
面積のときは…
1cm
1cm
□のいくつ分
→

きっかけ
面積のときは…
1cm
1cm
□のいくつ分
→

にている

（啓林館「わくわく算数4年下」）

§4 空間図形の概念形成

ここまで、平面図形を例に図形の内容、図形の内容形成などについて述べてきました。

算数科には、平面図形に加えて空間図形についても学習することになっていますが、空間図形の内容形成は、平面図形よりも子供にとっては困難であるといわれています。

ここでは、空間図形の内容形成について述べていきます。

4.1 空間観念と空間概念

空間観念とは、空間を論理的に捉えるだけではなく、次のような捉え方を含んだ総合的な捉え方の総称のことをいいます。

- ・日常の遊びや生活を通して、行動的・経験的な面から空間を捉える。
- ・視覚、触覚、筋感覚などの知覚的な面から空間を捉える。
- ・そこで働く想像力、イメージ、直観といった面から空間を捉える。

一方、空間概念とは、主に空間に関する基礎的な図形概念をもとに図形の性質などを分析的・論理的に考察して得られた概念のことをいいます。

ここで、教師が心にとめておかななくてはならないことは、地球は丸く、日本の大地に直立する建物と、地球の他の地点でのそれとは、厳密には同じように考えることはできないということです。

しかし、日常生活では、すなわち局所的に考えるならば、大地は平面と考えて不都合はありません。

私達が、図形の性質を考えると、ユークリッド幾何を用います。ユークリッド幾何は土地測量から始まって、2000年以上も前に体系化された学問ですが、先にも述べたように、現実的な空間から理想化されたものなのです。

例えば、鉄道の線路は平行でなければならないのですが、大陸を横断する鉄道の線路を思い浮かべると平行ではないことが想像できます。つまり、直線や平面、平行や垂直という概念は理想化された概念なのです。

そこで、空間概念や空間図形の授業を構想する教師は、それらが「現実空間の理想化であること」、「局所的には、それで十分であること」を認識しておく必要があるでしょう。

子供の様相 ～空間を認識することの困難さⅠ～

私達は、左右・前後・上下という3方向をもった空間、3次元空間のなかで生活しています。したがって、私達の目に触れる物体はすべて立体的です。

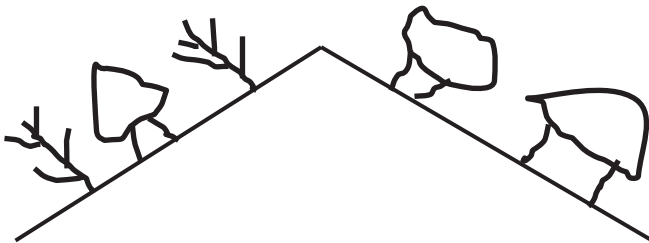
しかし、私達はそれらの立体的な物体を2次元、つまり、平面的に捉える能力しか持っていないのです。私達は、私達の身のまわりに存在する物体を視覚によって、捉えるとき、それを立体のごとく感じっていますが、少なくとも私達の眼球の中の網膜上に写ったものは平面的です。左眼と右眼の視差や長年の経験から、立体のように感じてはいますが、本質的には、それは平面的な捉えでしかないのである。

さらに、私達が1つの立体的な物体を捉えようとする場合、その物体の側面や裏面、もちろん内部も一度に見通すことはできないのです。したがって、それらを捉えようとするならば、その物体に触ってみたり、上下左右に回してみたり、分解してみたりする必要があります。

授業を構想する際には、こうした困難さを踏まえておく必要があるでしょう。

子供の様相 ～空間を認識することの困難さⅡ～

子供の絵を見ていると、下のような絵に出会うことがあります。これは、その子供が鉛直・水平方向について認識をすることができていないことによるものです。つまり、部分的な方向に支配されて、全体的な基準で考えることができていないのです。これは、ファン・ヒーレの理論では第0水準にあり、第4学年くらいまで見受けられます。こうした子供には、教師が教え込むのではなく、積み木や粘土などで物をつくるという経験が大切になってきます。



4.2 空間図形の概念形成

§2において、対象概念の形成の段階は、次の3段階があると述べてきました。

第1段階 具体物から形を抽象する段階

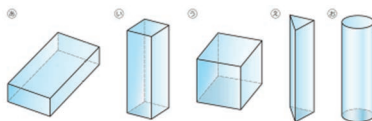
第2段階 構成要素に着目して、図形の性質を抽象する段階

第3段階 対象概念間の関係によって、対象概念の内包を増やす段階

ここでは、この3段階を空間図形にあてはめて、授業を構想する際に参考となるよう、具体的に空間図形の概念形成の3段階を述べていきます。

第1段階 具体物の形を抽象化し、理想化し、その概形を捉える段階

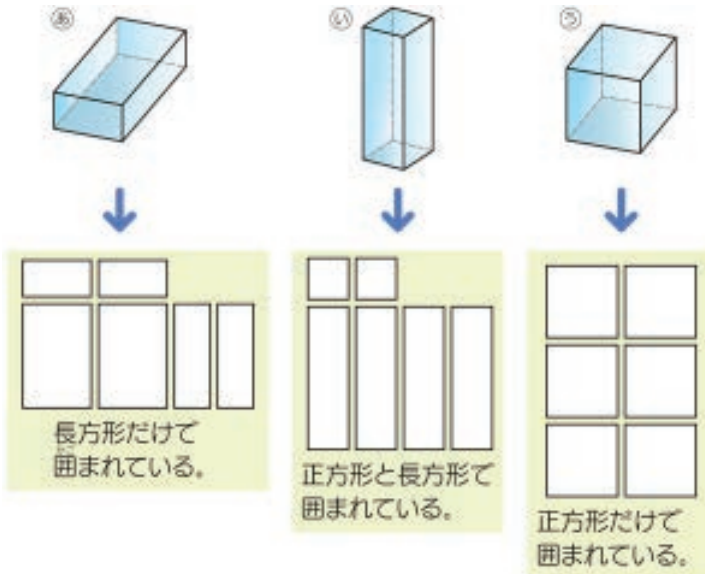
下の図のように、キャラメルの箱やジュースの缶の色や大きさ、材質などを捨象して、立体模型に代表されるような形として捉えることができるようにします。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

第2段階 構成・分解などの活動を通して、立体（模型）の構成要素や関係を捉える段階

下の教科用図書の記述にも見られるように、立体（模型）の辺に切れ目を入れて切り離し、各面の形や数に考察し、それぞれの立体（模型）が6つの面で構成されていることや長方形だけで囲まれている立体（模型）・正方形だけで囲まれている立体（模型）・長方形と正方形で囲まれている立体があることに気付かせます。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

この他にも、立体（模型）を観察する活動を通して、辺や頂点の数、辺と辺、面と面、辺と面の関係を捉えさせます。

2 面や辺の平行と垂直

③ 面と面

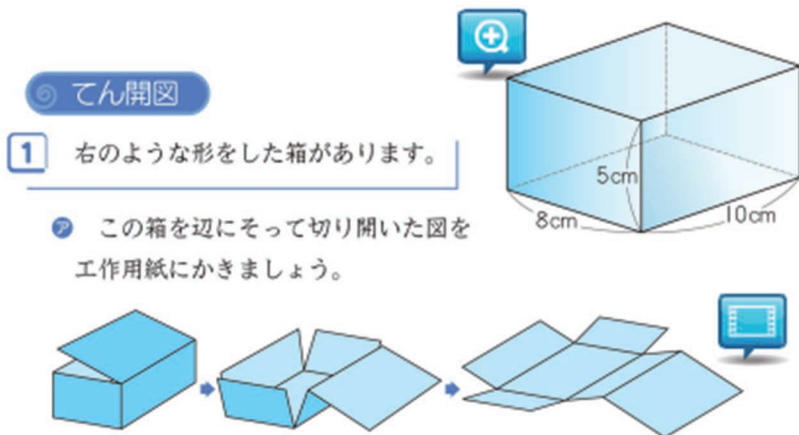
- 1 右の直方体について、面と面の関係を調べましょう。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

第3段階 見取図や展開図の表現をもとに、立体の構成要素の関係や位置関係を読みとる段階

下の教科用図書の記事にも見られるように、まずは展開図をかき、それを組み立てて立体を作らせます。次に、重なる辺や頂点を観察させるなどして、立体の構成要素の関係や位置関係を捉えさせます。



- 2 ①のてん開図を組み立てたとき、辺ABに重なるのはどの辺ですか。
また、頂点Aと重なる頂点をすべてかきましょう。

(啓林館「わくわく算数4年下」)

見取図は、一見するとそれがどんな立体かが分かり、立体の構成要素の関係や位置関係を捉えさせる上で重要な図ですが、形や大きさが実際とは異なっているため、授業を構想するには留意する必要があります。

一方、展開図は実際の長さ、実際の形で表されるという利点があるので、見取図などと併用しながら、それぞれの欠点を補いながら、活用していくのが有効です。

このように空間図形概念は、大きく「具体物⇒立体(模型)⇒立体の図表現⇒立体図形概念」と段階を経ながら形成されていきます。

4.3 空間図形の概念形成の困難さ

平面図形では、その存在が明確に意識できなかった平面（面）が空間図形の構成要素として加わります。また、柱体、錐体、球も対象概念として加わってきます。

空間図形の概念形成は、平面のそれよりも困難であるといわれます。その主な理由としては、次のようなことが挙げられます。授業を構想する際に留意してください。

- (1) 作図、重ね合わせるなどの概念形成にとって、重要な操作が困難であること
- (2) 平面図形に比べて、形を特定する内包を見つけることが困難であること
- (3) 概念イメージがつくりにくいこと

空間図形の概念形成は、箱やボールなどの具体物や立体模型を観察したり、移動させたりしながら、内包を求めていくことになりますが、観察には限界があります。例えば、不透明な材質でできた立体模型の裏側や内部の観察は困難が伴います。また、辺や面を延長したり、立体模型の内部に線を引いたりすること、立体模型を切り分けたり、2つの立体模型をぴったり重ね合わせたり、変形したりすることは容易ではありません。仮に、これらの操作が可能になる立体模型を制作するとすれば、かなり時間や労力がかかります。

そこで、空間図形の平面化、すなわち、空間図形の展開図や見取図を観察することによって、空間図形の内包を推察する方法がとられることとなります。

しかし、平面図形の内包から空間図形の内包を推察する際に、見取図では形や大きさが実際の空間図形のものとは異なってしまうため、また空間図形の内包が捨象されていたり、違った形に表現されていたりするために、子供が誤りを犯してしまうことがあります。

したがって、空間図形を平面に投影したり、空間図形を切断したりするといった、中学校数学の内容にあたる方法をとらざるを得ない場合が起きてきます。

空間図形の学習においては、これらのことを踏まえながら授業を構想していくことが一層求められることとなります。

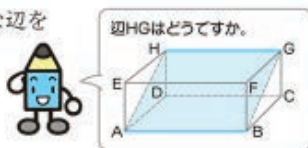
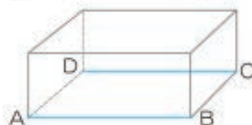
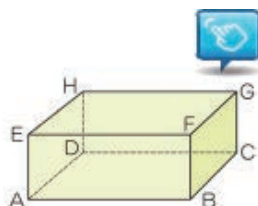
⑤ 辺と辺

1 右の直方体について、辺と辺の関係を調べましょう。

⑦ 直方体の形をした箱とえん筆を使って、辺ABと辺DCの関係を調べましょう。

辺ABと辺DCは平行であるといいます。

⑧ このほかに、辺ABと平行な辺をみつけましょう。



(啓林館「わくわく算数4年下」)

子供の様相 ～空間図形を認識することの困難さⅢ～

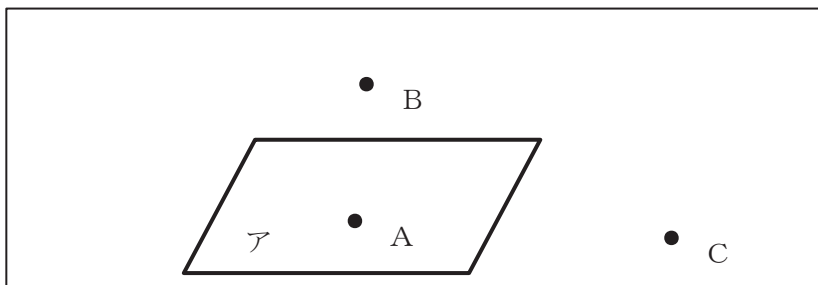
下のような図を子供達に見せて、平面アと点A、点B、点Cの位置関係を尋ねると、子供達はどのように答えるでしょうか。多くの子供は、理論的な根拠がないにもかかわらず、次のように答えるようです。

「点Aは、平面アの上（平面上）にある。」

「点Bは、平面アの上の方（平面上ではない）にある。」

「点Cは、平面アの横の方（平面の延長線上）にある。」

このようなことが、空間図形を認識することの難しさといえるでしょう。



第3章の引用・参考文献

- ・青山庸（2015），『初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために』，東京書籍。
- ・啓林館（2011），『わくわくさんすう1』。
- ・啓林館（2011），『わくわく2年下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく3年下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく4年下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく5年上』。
- ・算数教育研究会（2001），『新版 算数教育の理論と実際』，聖文社。
- ・算数教育研究会（2010），『新訂 算数教育の理論と実際』，聖文社。
- ・算数指導アイデア研究会（1991），『教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に』，新興出版社啓林館。
- ・杉山吉茂（2008），『初等科数学科教育学序説』，東洋館出版。
- ・中原忠男編（2011），『新しい学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』，ミネルヴァ書房。
- ・中原忠男編（2000），『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』，明治図書。
- ・日本数学教育学会（2011），『算数教育指導用語辞典 [第4版]』，教育出版。
- ・狭間節子編（1995），『小学校算数実践指導全集 7 空間観念を育てる立体図形の指導』，日本教育図書センター。
- ・平岡忠編（1995），『小学校算数実践指導全集 6 図形に親しみ楽しい平面図形の指導』，日本教育図書センター。
- ・文部科学省（2008），『小学校学習指導要領解説算数編』。

第4章 数量関係

§1 関数の考え

算数科においては、関数そのものを扱うというより、中学校数学において関数を扱う際の素地的なことや、関数的な観点からものをみていく、いわゆる「関数の考え」と呼ばれるものを扱うことになっています。

子供に、この関数の考えを身に付けさせることは、算数科でねらいとする数学的な考えを育てるという立場から極めて重要であるといわれています。

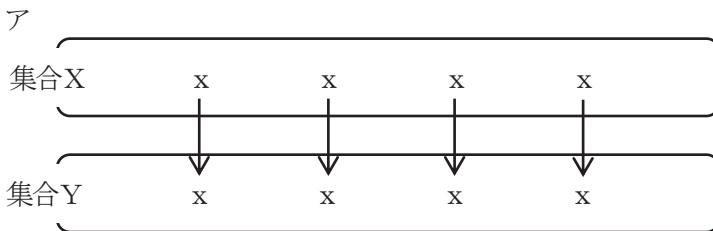
ここでは、まず関数とは何か、次いで、その素地となる関数の考えとそのよさについて述べていきます。

1.1 関数概念

一般に、関数は次のように定義されます。

2つの集合 X と Y があって、 X の各要素に対して、 Y のただ1つの要素が対応する対応の規則が定められているとき、 X から Y への関数が与えられたといえます。

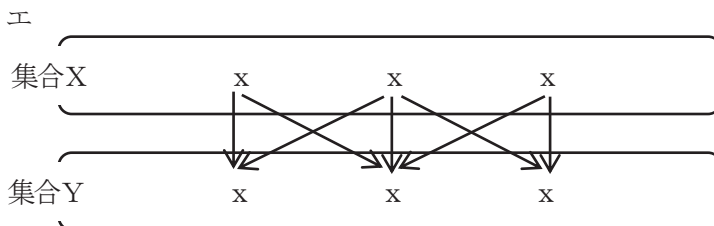
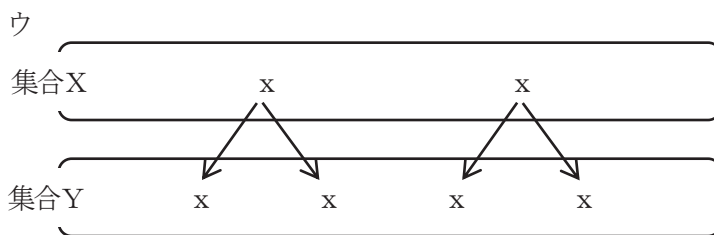
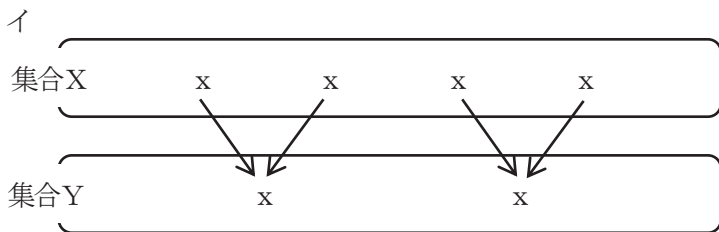
集合 X と集合 Y の対応について、図に表してみると、次のようになります。



関数の本質は、集合と対応であるといわれています。

例えば、集合 X と集合 Y が数の集合で、 X の要素に「2倍する」という規則で、 $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 4$, $3 \rightarrow 6$, $4 \rightarrow 8$, \dots というように Y のただ1つの要素が決まるとき、この「2倍する」という対応の規則が関数です。

対応には、この他の場合も考えられます。



アは1対1対応、イは多対1対応、ウは1対多対応、エは多対多対応とい
います。また、アとイを一意対応、ウとエを多意対応ともいいます。

これらの対応のなかで、集合Xから集合Yへの関数となるのは、一意対応
であるアとイの場合となります。

また、2つの集合Xと集合Yがそれぞれ自然数や実数のような数の集合で、
集合Xから集合Yへの関数が与えられているとき、集合Xを定義域、集合Y
を値域といいます。

ここでもう少し詳しく言葉の整理をしておくと、日常生活の中には、一方

の数量が決まれば、ある規則（対応）で他の数量もただ1つ決まるとき、後者の数量は前者の数量の「関数」であるといい、これら2つの数量は「関数関係」にあるともいいます。

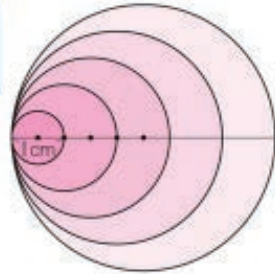
ここで、関数関係にある数量の例を挙げてみましょう。

- ・10の分解で、たして10になる一方の数と他方の数（小学校第1学年）
- ・かけ算の3の段の九九で、かける数と積（小学校第2学年）
- ・わり算で、商が3になる、わられる数とわる数（小学校第3学年）
- ・面積が一定の長方形で、縦の長さと横の長さ（小学校第4学年）
- ・円で、直径と円周の長さ（小学校第5学年）
- ・速さが一定の乗り物で、走る時間と走る道のり（小学校第6学年）

現行の小学校学習指導要領では、関数関係は第4学年の「伴って変わる2つの数量」から学習が始まることとなっていますが、実際には様々な学年、領域で扱われています。

6 円の直径を1cm, 2cm, ……と変えていきます。

- ①** 直径が1cm増えると、円周は何cm増えますか。
表にかいて考えましょう。



直径△(cm)	1	2	3	4	5	6
円周○(cm)	3.14	6.28	9.42	12.56	15.7	18.84

- ②** 直径が2倍になると、円周は何倍になりますか。
また、3倍、4倍になると、どうなりますか。

円の直径が2倍、3倍、……になると、円周も2倍、3倍、……になるので、直径と円周は比例しています。

（啓林館「わくわく算数5年下」）

1.2 学校教育における関数概念

学校教育における関数概念は、学校種によって違いが見られます。それらは、およそ次のとおりです。

小学校

伴って変わる2つの数量の関係

中学校

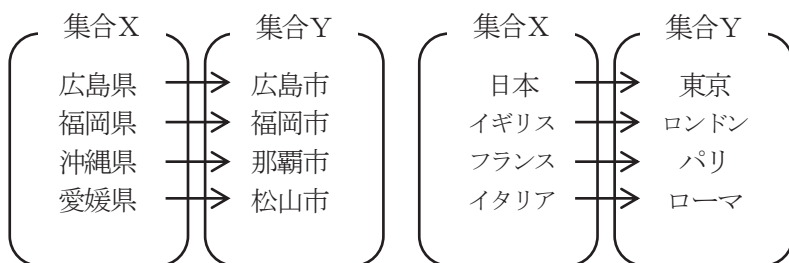
関係する2つの数量について、一方の値を決めれば他方の値がただ1つ決まるような関係

高等学校

数の集合Xから数の集合Yへの対応であって、Xの任意の要素に対してYの要素がただ1つ決まるもの

これらを見ると、小学校算数科から高等学校数学科まで、その内容が変化しながら繋がっていることが分かります。したがって、児童生徒が、その変化に戸惑うことがないように工夫をしていくことが必要です。

また、学校の算数・数学科では、数量、若しくは数の集合を対象とすることが分かります。しかし、算数・数学科が対象としている範囲を超えて、広く社会の事象に目を向けてみると、次のような場合が見られます。



このように、集合は数量や数に限ったものではなく、都道府県が決まれば県庁所在地が決まる、国が決まれば首都が決まるといった対応も一対一対応（一意対応）となっていることから、関数であると捉えることができます。

1.3 関数の表現

関数の表現には、表による表現、グラフによる表現、式による表現の3つが一般的です。ここでは、それぞれの表現について述べていきます。

(1) 表による表現

表による表現は、一般に下の表のような表現です。

X	1	2	3	4	…
Y	2	4	6	8	…

表による表現は、対応する数量の組の各値を明確に捉えることができるよさがあります。ただし、表の見方として、次のように縦にみる見方と横にみる見方の両方ができるよう留意しておく必要があります。

① 縦の見方 (Yは常にXの2倍になっています)

X	1	2	3	…
Y	2	4	6	…

この見方は、関数の「対応」という側面に着目した見方です。

② 横の見方

Xが2倍、3倍、… になると、Yも2倍、3倍、… になる


X	1	2	3	…
Y	2	4	6	…

Xが1増えると、Yは2ずつ増える

X	1	2	3	4	…
Y	2	4	6	8	…

この見方は、関数の「変化」という側面に着目した見方です。

つばささんの考えと説明




表を縦に見ると、**重さ**÷**長さ** がどれも 120 になります。

針金の長さ**と**重さは比例しています。

長さ(m)	0.5	1	1.5
	↓	↓	↓
重さ(g)	60	120	180

きっかけ
表を縦や横に見ると……
きまり

みらいさんの考えと説明



表を横に見ると、**長さ**が 2倍、3倍、……になると、**重さ**も 2倍、3倍、……になります。

針金の長さ**と**重さは比例しています。

		↖ 2倍	↖ 3倍
長さ(m)	0.5	1	1.5
		↘ 2倍	↘ 3倍
重さ(g)	60	120	180

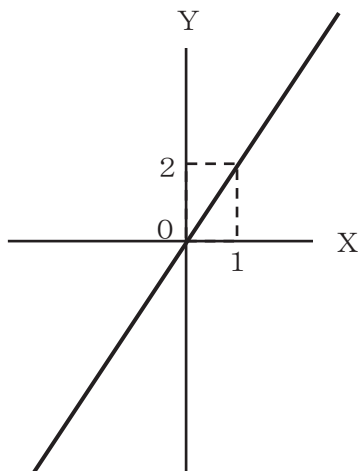
(啓林館「わくわく算数6年上」)

(2) グラフによる表現

関数を、右のようにグラフによって表現すると、変化の様子を視覚的・直観的に捉えることができるというよさがあります。

一方で、表による表現や式による表現と違って、数値を正確に捉えることができにくくなります。

したがって、授業を構想する際には、表や式による表現と結びつけていくことが不可欠となります。



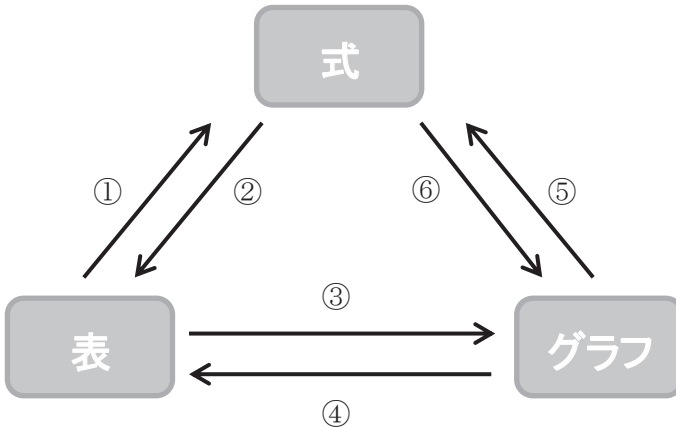
(3) 式による表現

$Y=2X$ のように、算数・数学科においては、式による表現が最も完成された表現です。

式による表現が可能な場合は、式は関数を簡潔に、そして厳密に表現することができ、しかも形式的な処理ができるというよさもあります。

(4) 各表現の相互関連

授業を構想する際には、表による表現、グラフによる表現、式による表現を別々に考えるのではなく、それぞれの表現を相互に関連させていくことが大切です。そして、最終的には、子供が数量の変化を式で読みとることができるようにしていきます。



- ① 表から式に表す
- ② 式から表に表す
- ③ 表からグラフに表す
- ④ グラフから表に表す
- ⑤ グラフから式に表す
- ⑥ 式からグラフに表す

1.4 関数の考え

関数の考えとは、中学校数学において関数を扱う際の素地的なことや、関数的な観点からものをみていくことと簡単に述べましたが、ここでは、関数の考えを4つに整理して、具体的にどんな考えなのかを述べていきます。

(1) 伴って変わる2つの変数に着目する考え（変数の考え）

「ある数量を決めれば、他の数量も決まるか」という対応や「ある数量の変化に伴って、他の数量も変化するか」という変化など、2つの数量の依存関係に着目する考えです。

例えば、ある決まった値段の品物を買う場面で、買う品物の個数と支払う代金の関係に着目したり、ある一定の速さで進む場面で、時間と距離の関係に着目したりすることが、この考えにあたります。

(2) 1つを決めると、もう1つも決まるという考え（対応の考え）

関数の定義に「 X の各要素に対して、 Y のただ1つの要素が対応する対応の規則が定められているとき」という条件があり、これを一意対応というのでした。このことを、日常生活で使う表現で表すと、「1つを決めると、もう1つも決まる」となります。

このことには、2つの見方があります。

- ① これを決めれば、何が決まるか。
- ② これを決めるためには、何を決めればよいか。

①は原因から結果を見つけようとする見方で、②は①とは逆に結果から原因を探ろうとする見方です。

(1)で挙げた例でいうと、品物の個数や時間を決めると、何が決まるかという見方が①にあたり、代金や距離を決めるためには、何を決めたらよいかという見方が②にあたります。

ここで、留意しておかなくてはいけないのは、①や②の見方は数量の関係を捉えるときだけでなく、論理関係として仮定と結論の関係を捉えるときにも有効に働くということです。もう1つは、対応が1対1対応のときには問題ありませんが、多対1対応のときに、②の見方をして1つの原因だけを見つけて、他方の原因を見落としてしまうことがあるということです。

(3) 変わり方や対応のきまりを見つける考え（帰納的な考え）

この考えは、①に対する答えとして「このようなきまりや特徴がある」ということを見つける考えです。(3)の目的は、この答えを得るということです。

このときに有効に働くのが、1.3で述べた表による表現、グラフによる表現です。表を縦に見ると対応のきまりが見つかり、横に見ると変わり方（変化の特徴）を捉えることができます。

例えば、ある一定の速さで歩くときの時間と距離の関係が、次の表のようになっているとしましょう。

時間 (時)	1	2	3	4
距離 (km)	4	8	12	16

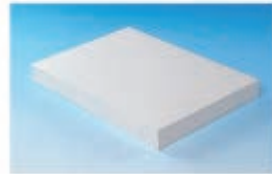
表を①、つまり縦に見ると、歩く時間の4倍が距離になるということが見わかります。②、つまり横に見ると、歩く時間が2倍、3倍になると、距離も2倍、3倍になるという変化の特徴を捉えることができます。

(4) 変わり方や対応のきまりを活用する考え (活用の考え)

この考えは、(3)で見つけた対応のきまりや変化の特徴を活用して、例えば、時間と距離と速さ(平均)の関係の理解に発展させたり、日常生活での問題を解決したりする考えです。

子供は、(3)で見つけた2つの数量の対応のきまりや変化の特徴を、現実的な問題解決に有効に活用することができて、はじめて事象を関数的に捉えて処理するよさを実感することでしょう。こうした学習の体験を積み重ねていくことが、関数の考えを育成することに繋がっていきます。

- ② 画用紙が何枚か重ねてあります。
全体の厚さは6.8cm、重さは1.2kgです。
この画用紙のおよその枚数を求めよう
と思います。



- ㊦ 厚さ1cm分の枚数は41枚でした。
画用紙は全部でおよそ何枚あるといえますか。
- ㊧ 画用紙20枚の重さは85gでした。
画用紙は全部でおよそ何枚あるといえますか。

(啓林館「わくわく算数6年上」)

1.5 関数の考えのよさ

「嵐が吹けば桶屋が儲かる。」という諺があるように、私達には、一見無関係のように思われる事柄の間に、何か因果関係や依存関係があるのではないかと考える傾向があるようです。また、自然界に潜む法則を見いだそうとし

§2 式の表現と読み

小学校学習指導要領解説算数編の中に「『式』は、算数の言葉」という記述があります。

私達が日常生活の中で使っている言語は、単語を構成要素として、ある一定の規則（文法）に従って、「句」や「文」などから構成されています。算数の言葉、つまり数学言語も、記号と一定の規則（数学的な文法）から構成されています。このように考えると、日常の言語と式は、全くの別物ではないのです。

ここでは、まず式とは何か、次いで式に表す・式を読むということはどういうことかについて述べていきます。

2.1 式とは

式とは、一般には、数量等についての事柄や関係を記号を用いて、一定の規則に従って表示したものをいいます。

(1) 式に用いられる記号

記号は算数・数学を学んでいくうえで重要な役割、例えば、ものや事柄を簡潔に表現する、概念や関係を明確にする、思考を能率化する、処理を正確にするなどの役割を果たしています。

記号には、大きく3つのものがあります。

① 対象記号

対象とする事物を表す記号

(例) 3, 0.5, a, x など

② 演算（操作）記号

対象にほどこす操作を表す記号

(例) +, -, ×, ÷, √ など

③ 関係記号

対象と対象の関係を表す記号

(例) =, <, ≥, ≠, ⊂ など

その他の記号として、括弧や論理記号があります。

(例) (), { } など

これらの記号を使って、数量等の関係がどのように表されているのか具体例を挙げてみます。

男の子が15人いました。はじめ、男の子は女の子より2人少なかったのですが、a人増えたので、女の子より多くなりました。



式に表すと

$$15 + a > 15 + 2$$

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

① ② ① ③ ① ② ①

(2) 式に用いられる規則

式に表す際の構成規則は、次のとおりです。

- ① 対象記号はそれだけで式である。
- ② A, B が式であれば、A と B を演算記号や関係記号で結んだものは式である。
- ③ 上記の①と②だけで構成されたものだけが式である。

この規則に従うと、次のものは式だといえます。

- ・ 8
- ・ a
- ・ 3 + 5
- ・ 4 × 2 = 8

ただし、この規則は、西洋における数学の伝統や日常言語の影響が大きいといわれています。

例えば、同じことを

英語の場合は Three times two is six

日本語の場合は 2 の3つ分 (倍) は6です

と表します。これらをあえて単語の順序に忠実に式に表してみると、

英語の場合は $3 \times 2 = 6$

日本語の場合は $2 \quad 3 \times = 6$

と表せるでしょう。これを見ると、日本語の方は誤解を生みやすい表し方に

なっています。しかし、必ず英語のような式に表さなくてはいけないという論理的な必然性はないようです。

4の3つ分のことをしきて

4×3 とかき、

「4かける3」とよみます。



4×3 の答えは、 $4+4+4$ でもとめられます。



4×3 のような計算をかけ算といいます。

(啓林館「わくわく算数2年下」)

子供の様相 ～式とその意味～

「1箱に12個のキャラメルが入っています。5箱にいくつのキャラメルがありますか。」という問題に対して、子供から次のような答えが返ってきたとしましょう。

ア $12 \times 5 = 60$

イ $12 + 5 = 17$

ウ $12 \times 5 = 510$

先に述べた規則によると、いずれも式といえますが、みなさんが先生だったら、アは正しいが、イとウは間違いとするでしょう。

なぜなら、イの「+」は5箱分、すなわち5倍するという操作を指示していないので間違いとなります。同様に、ウの「=」は両辺の相等という関係を表すものですから、間違いとなります。

したがって、式を判断する場合には、式に用いられる記号がどのような事物や状態などを指示するかを示す規則（指示規則）と、式が真か偽かを示す規則（真理規則）という意味としての規則についても考えていかななくてはならないでしょう。

(3) 式の種類

式には、フレーズ型（句 phrase）とセンテンス型（文 sentence）の2種類があります。

① フレーズ型

これは、関係記号を含まない式のことをいいます。

ア 変数を含まないもの（数）

（例） 8 $3 + 5$ （操作を含む） $5 - 3$ （結果を表す）

イ 変数を含むもの（数値形式）

これは、ある決まった集合の個数の要素を考えるものをいいます。

（例） $a + b$ （数の集合） $ax + b$ （数式の集合）

② センテンス型

これは、関係記号を含む式、すなわち数量などの相等関係や大小関係などの関係を表すものをいいます。

ア 変数を含まないもの

（例）命題

イ 変数を含むもの

（例1）方程式

$$2x + 4 = 0$$

文字は未知数として使われています。不等式もこの場合に含まれます。

（例2）関数

$$y = 2x - 4$$

文字は変数として使われています。

（例3）公式

平行四辺形の底辺の長さを a 、高さを b 、面積を S とするとき

$$S = ah$$

この場合、文字の一部を変数と見ると、関数の表す式と見ることができます。

（例4）恒等式

$$a + b = b + a$$

文字がとる値に関係なく常に成り立つ関係を表現した式を恒等式といいます。

(4) 式のはたらきとよさ

式には、次のようなはたらきがあります。

- ① 事柄や関係を簡潔・明確に、統合的・一般的に表すことができます。
- ② 式は、式の表している具体的な場面や意味を離れ、形式的に処理して問題の解決を図ることができます。
- ③ 式から具体的な事柄を読みとったり、推測したりすることができます。また、これらを基にして、より正確に考察したり、判断したりすることができます。
- ④ 自分の思考過程を客観的に表現し、見直すことができます。
- ⑤ 自分の考えや思考過程を他人に的確に伝達したり、他人の思考過程を理解したりすることができます。

子供の様相 ～式の役割～

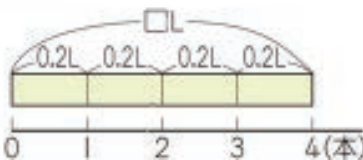
子供の中には、式は答えを出すためのもの、計算の仕方を示したものだとして受けとめている子供が少なくないようです。

また、式の意味や、式として表される根拠が分からない子供も少なくありません。

このような子供の実態は、式を単なる約束事として与えたり、式の表す意味やはたらきを、さらには式を読んだりすることの指導を軽視したことによるものと思われます。

このような課題を改善するためには、下のように具体的な場面を図などに表して、それと式とを対応させるような工夫を行う必要があるでしょう。

1本0.2L入りの紙パック 4本分は何Lになりますか。



式 0.2×4

(啓林館「わくわく算数4年下」)

2.2 式の読み

2.1の式のはたらきでも述べたように、式から、その式から具体的な事柄を読みとったり、推測したりすることができます。また、自分の考えや思考過程を他人に的確に伝えるだけでなく、他人の思考過程を理解したりすることもできます。

式を読むとは、式から具体的な場面やモデル、思考過程を読みとることをいいます。

式を読む活動としては、次のような場合が考えられます。

(1) 式からそれに対応する具体的な場面を読む

2 $3+2=5$ の しきになる おはなしを
しましょう。



(啓林館「わくわくさんすう1」)

(2) 式の表す事柄や関係を一般化して読む

例えば、ノート1冊が150円のときに2冊では $150 \times 2 = 300$ 、3冊では $150 \times 3 = 450$ となることから、「150」、「2」や「3」が何を表すかを考えて(1冊の値段)×(冊数)=(全体の値段)

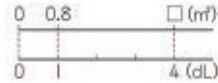
という言葉の式を導くような場合をいいます。

(3) 式に当てはまる数の範囲を拡張して発展的に読む

例えば、1mが120円のリボン3mの代金は $120 \times 3 = 360$ となります。これに対して、数の範囲を整数から小数に拡張して、 120×3.2 と考えるような場合をいいます。

1 小屋にペンキをぬっていきます。

- ① 1dLで0.8㎡ぬれるペンキがあります。
このペンキ4dLでは何㎡ぬれますか。



式 $0.8 \times 4 = 3.2$ 3.2 ㎡

ぬれる面積を求めることばの式は次のようになります。

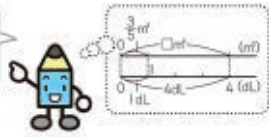
1dLでぬれる面積 \times ペンキの量 = ぬれる面積

- ② 1dLで $\frac{3}{5}$ ㎡ぬれるペンキがあります。
このペンキ4dLでは何㎡ぬれますか。



式 $\frac{3}{5} \times 4$

1dLでぬれる面積の「小数」が「分数」になったと考えましょう。

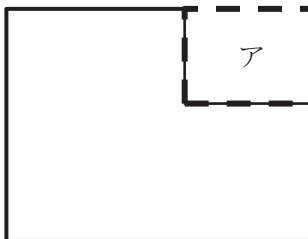


- ③ $\frac{3}{5} \times 4$ の計算のしかたを考えましょう。

(啓林館「わくわく算数5年上」)

(4) 式から問題解決などにおける思考過程を読む

例えば、下のような複合図形の面積を求める式①を読み、全体の長方形の面積からアの長方形の面積を引いて求めていると思考過程を考えるような場合をいいます。



① $8 \times 10 - 3 \times 4 = 68$

(5) 数直線などのモデルと対応させて式を読む

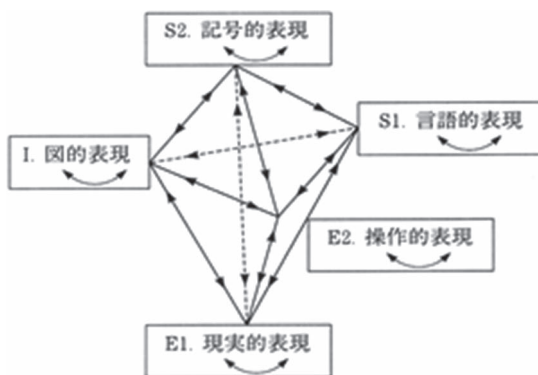
例えば、 $2 + 3 = 5$, $3 + 2 = 5$, $5 - 3 = 2$, $5 - 2 = 3$ の式を下の図

と対応させて、統合的に捉えるような場合をいいます。

5	
2	3

2.3 数学教育における表現体系

数学的な表現については、言葉、数、式、図、グラフ、具体物など様々な整理がなされていますが、中原（1995）は下の図のように体系的に整理しています。

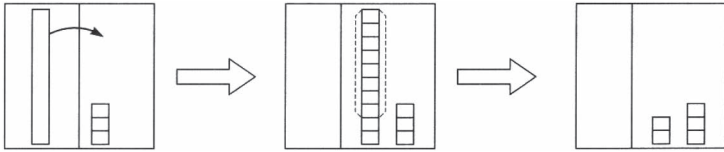


この図を繰り返り下がりのある減法「 $13 - 8 = 5$ 」を例に説明すると、

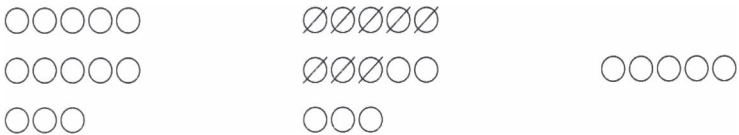
E1は「現実的表現」と呼び、実世界の状況、実物、具体物などによる表現がこれにあたります。例えば、実際に卵を使って示したような表現のこといひます。卵が10個入りのパック1つと、ばらで3個、全部で13個あります。これから8個使うと何個残るでしょう。10個入りのパックから8個使って残りが2個。その2個と3個とを一緒にして、残りは全部で5個となりますというものです。



E2は「操作的表現」と呼び、学習具などに動的な操作を施すことによる表現がこれにあたり、3次元となります。例えば、タイルによって、下図を示すような操作を行うというものです。



Iは「図的表現」と呼び、絵、図、グラフなどによる表現がこれにあたり、2次元となります。



S1は「言語的表現」と呼び、日本語、英語など日常言語を用いた表現がこれにあたります。例えば、「13から8を引く。このとき、3から8は引けないので13を10と3に分け、10から8を引いて残りが2。その2と3とを加えて、答えは5となります。」というものです。

S2は「記号的表現」と呼び、数字、記号など数学的記号を用いた表現がこれにあたります。

$$13 - 8 = (10 + 3) - 8 = (10 - 8) + 3 = 2 + 3 = 5$$

このように、中原は数学教育における表現様式を体系化しました。また、前頁の図の中に双方向の矢印で示されているように、異なる表現様式間、あるいは同じ表現様式内で相互に変換することによって、子供の理解が深まると提案しています。

算数科の授業において、教師が図で表した考えを式に表したり、式で表した考えを図で表したりするよう促している意図は、中原の考えによって説明できます。

§3 統 計

今日のように、多くの情報があふれている情報化社会において、目的に応じて適切な資料を収集し、それに基づいて的確に判断をするためには、統計的に処理をする技能はもちろんのこと、その考えや態度は必須のものといえるでしょう。

学校教育のなかにおいても、社会科や理科などの他教科との関連も深いといえます。

ここでは、統計調査とその手順、統計的な処理とは何かについて述べていきます。

3.1 統計調査

まずは、統計にかかわって日常よく用いている「データ」、「情報」の意味について説明しておきます。

データ：事物・現象から何らかの処理（記号化）を経て得られたもの

情報：各個人・組織の目的に即して整理・価値付けの行われたデータ

このように考えると、特に各個人の目的に沿って「データ」を収集し、「情報」とする過程においては、その個人の主体性が重要となります。この主体性を育成することこそが統計教育であるといえます。

統計には、記述統計と推測統計の2つがあります。

記述統計とは、ある時点での状況がどのようになっているかを示す統計のことをいい、全数調査、すなわち対象すべてを調べる調査が行われます。例えば、日本の人口、貿易量、GNP、いろいろなものの生産量などがこれにあたります。

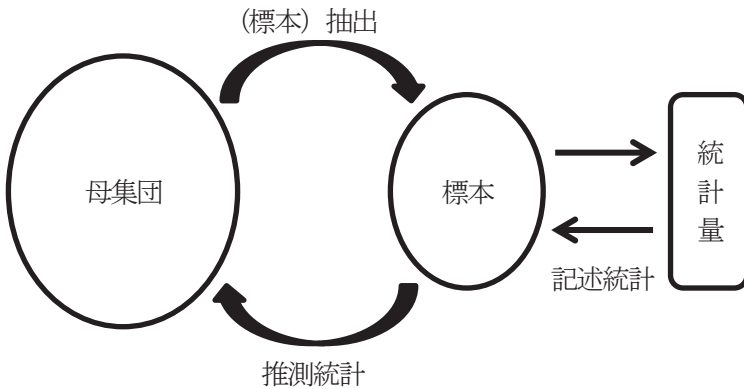
一方、推測統計とは、一部の資料を調べ、そこから得られた結果を用いて全体の傾向を知ろうとする統計のことをいいます。

すべてを調べるのが理想ですが、現実には実行が困難であったり、無意味であったりする場合があります。例えば、缶詰の安全性を確かめるためにすべての缶詰を開けて中身を調べると、缶詰は売り物にならなくなってしま

います。また、市場調査や選挙の予想を行う際、対象となるすべての人に会って調べることができればよいのですが、実際に不可能といえるでしょう。こうした場合に、用いられるのが標本調査で、多くの場合に用いられています。

推測統計では、一部の資料を調べると述べましたが、調べようとする対象全体を母集団といい、調べるために母集団から抜き出された要素の全体を標本といいます。また、標本を抜き出すことを抽出といいます。

これらのことを、図に表すと次のようになります。



推測統計は、一部を調べて全体の傾向を知ろうとするわけですから、標本に偏りが無いことが必須の条件となってきます。そこで用いられる標本の抽出方法が、無作為抽出（ランダムサンプリング）です。

無作為抽出とは、母集団を構成するどの個体も標本も選ばれる確率が同じようになる抽出方法です。

無作為抽出は、抽出された元の母集団の縮図を与えるという性質があり、大数の法則に基づく確率的な考え方によります。

(注) 大数の法則

母平均 m の母集団から、大きさ n の標本を任意抽出するとき、 n を大きくしていくと、標本平均 X はほとんど確実に母平均 m に近づくというものです。

3.2 統計調査の手順

(1) 目的の設定

統計調査をするということは、ただ単にデータを集めたり、与えられた資料を分類・整理してしたりして表やグラフに表すだけではありません。何を調べたいのかという問題意識のもとに明確な目的を設定することが何より重要です。この目的がはっきりしていないと、どのようなデータを集めたらよいか、どのような観点でデータを分類・整理するかなどが定まりません。

(2) データの収集

統計調査による判断や推測が客観的で信頼できるものかどうかは、その判断や推測の元となるデータが適切で正確な信頼できるものであるかどうかにかかっています。

また、統計調査の結果をみるときにも、それを鵜呑みにするのではなく、客観的な信頼できるデータに基づいた結果であるかどうか批判的にみるのが大切です。

データの収集としては、次の2つの場合があります。

① データの収集

データを収集する際には、目的に合う観点を定めてデータを収集します。具体的には、データを収集する範囲の確定、分類の観点などをあらかじめ決めておく必要があります。

② 既存資料の利用

統計資料は、子供自身が観察・調査・測定によって得る場合と、既に調査されている資料を利用する場合があります。既存資料として、望ましいものは、調査の目的、調査の主体・客体、調査の時間・方法が明らかにされているものです。

(3) 分類・整理

集団の性質を見出すために観点を決めて分類・整理します。その際、落ちや重複がないようにするなどの視点をもつ必要があります。

分類の仕方においては、目的に応じた分類の観点を定めることが大切です。その際、少数例を「その他」という項目にまとめて分類することも必要になります。分類・整理を行う際には、表が有効に用いられます。

表には、次頁のような種類のものがあります。

統計表 (例)		非統計表 (例)
構造的統計表	1 属性統計表 (名前と体重) 2 変数統計表 (体重と人数)	1 予定表 2 記録表 3 数表
系列表	3 場所 (的) 系列表 (場所と人数) 4 時間 (的) 系列表 (体重の月別変化)	4 簡便表 5 計算表 6 関数表

(4) データの加工

分類・整理した結果は、表やグラフにして結果の解釈が容易になるようにします。

表は1又は2次元的な事象や度数分布、相関係数などを適切に表現できます。一方、グラフは統計情報の伝達としては最も分かりやすいといえますが、表とともに情報を読みとることで適切な判断や推測ができます。量的データの表現には絵グラフや棒グラフが、質的データには、円グラフ・帯グラフ、ヒストグラム (柱状グラフ) が用いられます。

絵グラフ

簡単な絵で表し、絵の多少や大小によって、量の大小を表し比較しようとするものです。

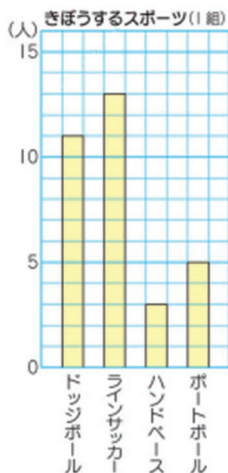
あそびしらべ



(啓林館「わくわく算数2年上」)

棒グラフ

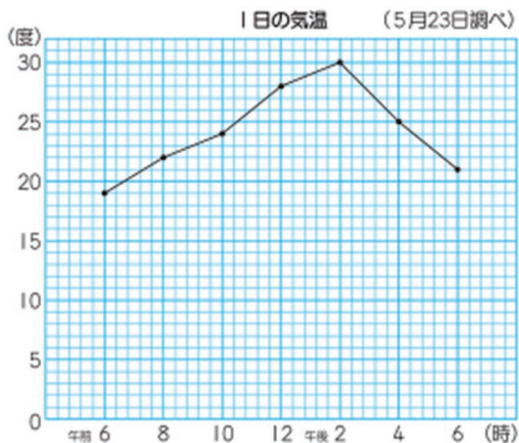
主として属性系列で、数値の大小比較をすることが主な目的の時に用いられます。



(啓林館「わくわく算数3年下」)

折れ線グラフ

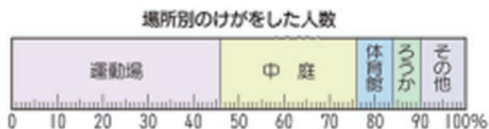
折れ線の上昇下降によって、横軸の変数の変化に伴って変化する縦軸の変数の動きを表します。



(啓林館「わくわく算数4年上」)

帯(円)グラフ

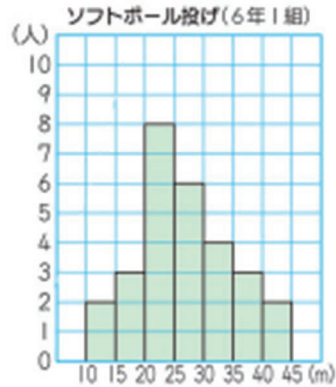
数量の大きさをそれに比例する面積で表します。



(啓林館「わくわく算数5年下」)

柱状グラフ

主として変数系列で、数値の大小比較をすることが主な目的の時に用いられます。



(啓林館「わくわく算数6年下」)

また、データから平均、中央値（メジアン）などの代表値、分散、標準偏差などの散らばりの尺度を求めることもあります。

① 代表値

代表値は、統計集団の特性を示す数値のことで、平均値や中央値（メジアン）、最頻値（モード）などが用いられます。

平均値は、すべての値を加え、個数で割ったものです。なお、ここでいう平均値は相加平均のことです。

中央値（メジアン、中位数）は、資料を大きさの順に並べたときの中央にあたる値で、極端な値にあまり影響されないという利点があります。

資料の数が奇数のときは、真ん中は決定できるので問題はありますが、偶数のときは、中央値の2つの値の平均を中央値とします。

最頻値（モード、並数）は、最も度数の多い階級の値であって、度数分布表の作り方によって変わり、一意的に定まらないという欠点がありますが、代表値として、ふさわしい性質をもつ場合が多いといわれています。

4	5	5	6	6	6	6	7	7	7	8	8	9	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

15人のテストの結果が、上記のようだったとすると、中央値は7点、最頻値は6点、平均値は6.9点です。このように、それぞれの代表値には特徴があり、ずれがあるのが普通です。

② 平均値の意味

平均値は、すべての値を加算して計算したものですから、「なら（均）す」操作が数値の加算と結びつくものでなければ意味がありません。「なら（均）す」ことが無意味な場合には、平均値は全く意味のない数値となります。

しかし、そのような場合であっても、平均値を求めることに価値のある場合があります。例えば、2つの集団が同質であると仮定される場合、両者の平均値は似通った数値となるはずですが、実際に平均値を求めたときに両者に大きな隔たりがあれば、2つの集団が同質であるという仮定は否定されることになります。このことは、確率論と結びついて統計的検定への理論につながっていきます。

3.3 統計の意義

統計の本質は、ただ単にデータを集め、グラフに表したりすることではなく、統計的思考にあるといえるでしょう。では、統計的思考とは、どのようなのでしょうか。このことについて、景山（2007）は次のように述べています。

統計とは、広い目、長いスパンでみたときのバラツキの中での規則性を洞察するための基礎を与える技術である。したがって、バラツキのないデータのみをとる現象、いわゆる確定的現象、には統計的思考は必要ない。バラツキがあるからこそ、その変動の中に不変的な何かを見つけようとする態度が統計的思考の本質である。

また、中央教育審議会教育課程部会（2016）は、これからの社会について、次のように述べています。

- 21世紀の社会は知識基盤社会であり、新しい知識・情報・技術が、社会のあらゆる領域での活動の基盤として飛躍的に重要性を増していく。こうした社会認識は今後も継承されていくものであるが、近年顕著となってきているのは、知識・情報・技術をめぐる変化の早さが加速的となり、情報化やグローバル化といった社会的変化が、人間の予測を超えて進展するようになってきていることである。
- とりわけ最近では、第4次産業革命ともいわれる、進化した人工知能が様々

な判断を行ったり、身近な物の働きがインターネット経由で最適化されたりする時代の到来が、社会や生活を大きく変えていくとの予測がなされている。“人工知能の急速な進化が、人間の職業を奪うのではないか”“今学校で教えていることは時代が変化したら通用しなくなるのではないか”といった不安の声もあり、それを裏付けるような未来予測も多く発表されている。

- また、情報技術等の飛躍的な進化を背景として、経済や文化など社会のあらゆる分野でのつながりが国境や地域を越えて活性化し、多様な人々や地域同士のつながりはますます緊密さを増してきている。こうしたグローバル化が進展する社会の中では、多様な主体が速いスピードで相互に影響し合い、一つの出来事が広範囲かつ複雑に伝播し、先を見通すことがますます難しくなっている。

このように、これからの社会は不確定性が増し、予測困難な社会になっていくことが予想されるなかで、私達は統計情報やデータに基づく客観的な判断を求められることとなります。そのためには、統計情報や適切なデータの収集と分析、およびそれを解釈する健全な態度と能力を身に付けていくことが必要不可欠となっていくでしょう。

また、私達の身のまわりをよく観察してみると、実は結果が決まっている確定現象よりも、2通り以上に枝分かれする不確定現象の方がはるかに多いことに気が付きます。例えば、毎日の天気予報での予想のように、私達は日常生活のいろいろな場面で不確定現象と対峙し、判断しているのです。ただし、統計を使えば、すべての不確定的現象がすべて解決できるものではありません。そこで、私達が大切にしなければならないことを、景山(2007)は次のように述べています。

実際に問題とされている現象をよく見つめることが肝心である。データの形をした数値であるとか、それをいろいろと処理していくための数式の類は、適正な現象認識のための一つの方法、と理解することが大切である。有効な方法の一つは、工夫あふれる図式表現を用いてデータを視覚化することにある。与えられたデータをどう図式化するか、人の常識を使えばよいだけである。偏見が含まれないように努力することが重要となる。

第4章の引用・参考文献

- ・青山庸（2015），『初任者のための算数の深読み 授業で確かな学力を培うために』，東京書籍。
- ・池島良・景山三平・下村哲（2007），『教員のための数学Ⅱ 解析・統計・コンピュータ』，培風館。
- ・啓林館（2011），『わくわくさんすう1』。
- ・啓林館（2011），『わくわく2年上下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく3年下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく4年上下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく5年上下』。
- ・啓林館（2011），『わくわく6年上下』。
- ・算数教育研究会（2001），『新版 算数教育の理論と実際』，聖文社。
- ・算数教育研究会（2010），『新訂 算数教育の理論と実際』，聖文社。
- ・算数指導アイデア研究会（1991），『教材の本質をつかむ 数学的な考え方を中心に』，新興出版社啓林館。
- ・杉山吉茂（2008），『初等科数学科教育学序説』，東洋館出版。
- ・中央教育審議会教育課程部会（2016），「次期学習指導要領等に向けたこれまでの審議のまとめ(案)」，http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/siryu/_icsFiles/afieldfile/2016/08/22/1376199_2_1.pdf（2016年9月取得）
- ・中原忠男（2001），『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社。
- ・中原忠男編（2011），『新しい学びを拓く 算数科 授業の理論と実践』，ミネルヴァ書房。
- ・中原忠男編（2000），『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』，明治図書。
- ・日本数学教育学会（2011），『算数教育指導用語辞典 [第4版]』，教育出版。
- ・文部科学省（2008），『小学校学習指導要領解説算数編』。

第5章 コンピュータ

§1 コンピュータ

小学校段階における論理的思考力や創造性、問題解決能力等の育成とプログラミング教育に関する有識者会議（2016）は、今後の社会の在り方について、「進化した人工知能が様々な判断を行ったり、身近な物の働きがインターネット経由で最適化されたりする時代の到来が、社会の在り方を大きく変えていくとの予測がなされているところである。こうした変化は、様々な課題に新たな解決策を見だし、新たな価値を創造していく人間の活動を活性化させるものであり、私たちの生活に便利さや豊かさをもたらすことが期待されている。その一方で、“人工知能の進化により人間が活躍できる職業はなくなるのではないか”“今学校で教えていることは時代が変化したら通用しなくなるのではないか”といった不安の声もあり、それを裏付けるような未来予測も多く発表されているところである。」と述べています。

こうした状況のなかで、学校教育において、コンピュータを利用する目的も少しずつ変化してきています。ここでは、算数・数学とコンピュータの関わりを中心に述べていきます。

1.1 コンピュータとその活用

コンピュータには、本来、処理が高速で正確なこと、再現が可能で反復が自由であること、表現方法が多様であること、応答が即時にできること等の利点があるといわれています。

最近では、他のメディアとの複合利用によって、利用方法の範囲や効果が急速に増大しています。

従来、文字や図、絵等の提示が主であったコンピュータも、現在では画像や音声も提示できるようになっており、文字や画像、音声の3つの異なる情報を同時に処理できるメディアを「マルチメディア」と呼んでいます。

また、インターネットも様々な場で利用できるようになり、世界中のコンピュータの間で、画像や音声等の大容量の情報が即時に交換できるようになってきています。

このようなコンピュータの利点を生かして、学校においては次のような活用がなされています。

(1) 教科の目標達成のための活用

教科の目標達成のための活用としては、大きく

- ① 学習指導の準備と評価のための教員による活用
- ② 授業での教員による活用
- ③ 児童生徒による活用

の3つに分けられます。

①学習指導の準備と評価のための教員による活用とは、よりよい授業を実現するために教員がコンピュータを活用して授業の準備を進めたり、教員が学習評価を充実させるためにコンピュータを活用したりすることです。

②授業での教員による活用とは、教員が授業のねらいを示したり、学習課題への興味・関心を高めたり、学習内容を分かりやすく説明したりするために、教員による指導方法の一つとして活用することです。学習指導要領に見られる授業での教員による活用の例示としては、映像や音声といった情報の提示が多いようです。教員がコンピュータを活用して情報を提示することは、教員による発問、指示や説明とも関係が深く、すべての教科指導の数多くの指導場面で実施可能であると考えられます。

算数科における活用事例としては、次のようなことが挙げられます。

- ・大型ディスプレイ、教科書準拠デジタルコンテンツなどを活用して、教科書の問題文を拡大提示し、学習のねらいを確実につかませる。



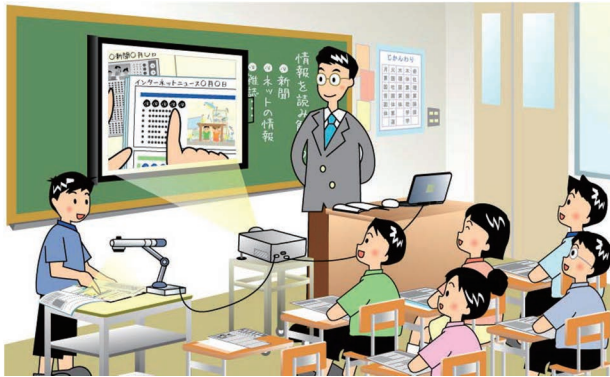
(文部科学省「教育の情報化に関する手引」)

・「立体図形」において、子供がノートにかいた見取図や展開図をプロジェクタ、実物投影機等で拡大提示し、いろいろな考え方を共有する。

③児童生徒による活用とは、教科内容のより深い理解を促すために、児童生徒が、情報を収集・選択したり、文章や図・表にまとめたり、表現したりする際に、あるいは、繰り返し学習によって知識の定着や技能の習熟を図る際に、コンピュータを活用することです。

算数科における活用事例としては、次のようなことが挙げられます。

・児童生徒が実物投影機などを活用して、ノートに記した式や求め方を提示して、自分の考え方を分かりやすく説明する。



(文部科学省「教育の情報化に関する手引」)

・数量関係「資料の分類整理」において、目的に応じて資料を分類整理し、表計算ソフトなどを活用して、表やグラフなどの図表に表す。

(2) 情報活用能力育成のための活用

情報活用能力育成のための活用としては、各教科等において、次の3つの目標達成に向けて、学校全体で取り組まれています。

① 情報活用の実践力

課題や目的に応じて情報手段を適切に活用することを含めて、必要な情報を主体的に収集・判断・表現・処理・創造し、受け手の状況などを踏まえて発信・伝達できる能力を育成すること

② 情報の科学的な理解

情報活用の基礎となる情報手段の特性の理解と、情報を適切に扱ったり、自らの情報活用を評価・改善したりするための基礎的な理論や方法の理解を

図ること

③ 情報社会に参画する態度

社会生活の中で情報や情報技術が果たしている役割や及ぼしている影響を理解し、情報モラルの必要性や情報に対する責任について考え、望ましい情報社会の創造に参画しようとする態度を育成すること

(3) 校務の負担軽減と教育活動の質の改善のための活用

教職員一人一人にコンピュータを整備し、情報の共有化を図る等の校務の情報化を進めることによって、校務の軽減と効率化を図ったり、教育活動の質を向上させたりする取組が進められています。



(文部科学省「教育の情報化に関する手引」)

1.2 コンピュータの動作原理

コンピュータは、その仕組みを全く知らなくても使うことができる道具となりました。しかし、コンピュータはプログラムが動かしています。また、その根底にあるものは、広い意味での計算を意味する「アルゴリズム」です。コンピュータに触れることを通して、アルゴリズムの存在に気付き、アルゴリズムを見つけ出したり、作り出ししたりすることの有用性に気付かせていきたいものです。

また、仮想現実の世界で利用される3Dグラフィックスの背後には、算数・数学を土台にしなければ学ぶことができない高度な数学が隠されていることにも触れさせていきたいものです。

§2 アルゴリズム

2.1 アルゴリズムとは

9世紀のアラビアの数学者アル・コワリズムの著書で用いられた、アラビア数字を使った計算法を、彼の名にちなんで（彼の名がなまって）アルゴリズムといったのが初めてです。その後、この術語は、代数演算に対して、数値計算が用いられる数学的な演算を意味するようになりました。

アルゴリズムについては、いろいろな説明がなされていますが、一般には、「誰にでも分かる明瞭な一連の命令（規則・手順・操作の系列）で、それを正確に実行しさえすれば、この命令に対応する問題をいずれも解決できるようなもの」と説明することができます。

また、現代では機械的に実行可能な計算手順のことをアルゴリズムと呼ぶようになっていることを踏まえると、「その命令を正確に実行すれば、誰が実行しても同じ結果が得られ、しかも、無限に試行を繰り返すことなく、必ず結果が得られる計算手順」と説明することもできます。

アルゴリズムが持っている一般的な特徴としては、決定性（個々の命令は誰がいつ何回繰り返しても同じ結果を与える）、大量性（一定のタイプに含まれるすべての課題を解決できる）、結果性（適当なデータが与えられれば必ず求めるべき結果を得ることができる）を挙げることができます。

2.2 学習指導におけるアルゴリズム

学習指導におけるアルゴリズムは、「アルゴリズムの学習指導」と「学習指導のアルゴリズム化」の2つに区分されます。

さらに、「アルゴリズムの学習指導」は、「学習内容のアルゴリズム」と「アルゴリズムの表現」に区分されます。

学習指導のアルゴリズム化については、教育方法に関することから、ここでは、アルゴリズムの学習指導について説明します。

アルゴリズムの学習指導については、四則計算、開平・開立、ユークリッドの互除法、解の公式、微分・積分算法など大変多くのアルゴリズムを挙げることができます。

この中でも、算数科で学習する筆算で行う加減乗除はアルゴリズムの典型

的な例といえます。

筆算のしかた

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 3 \overline{)72} \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 2 \\
 3 \overline{)72} \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 2 \\
 3 \overline{)72} \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{array}{r}
 24 \\
 3 \overline{)72} \\
 \underline{6} \\
 12 \\
 \underline{12} \\
 0
 \end{array}$$

7÷3で、 2をたてて	3に2をかけて6 7から6をひいて1	2をおろす。	12÷3で、4をたてて 3に4をかけて12 12から12をひいて0
----------------	-----------------------	--------	---

たてる → かける → ひく → おろす

2をたてて

三二が6
ひいて1

2をおろして
12

4をたてて
三四12
ひいて0

(啓林館「わくわく算数4年上」)

筆算の除法は、一見、試行錯誤を伴うように見えますが、その過程は系統的に行うことが可能で、また、確実に終了することが保証されていることから、アルゴリズムといえます。

また、四捨五入は、指定された桁の位置までの数値の中から最も近い数を選ぶアルゴリズムといえます。

まとめ

1つの数を、ある位までのがい数で表すには、そのすぐ下の位の数字が、

0, 1, 2, 3, 4のときは切り捨てます。

5, 6, 7, 8, 9のときは切り上げます。

このしかたを ししよこにやう 四捨五入 といえます。

$$\begin{array}{r}
 7405 \\
 \downarrow \\
 7000 \\
 7736 \\
 \downarrow \\
 8000
 \end{array}$$

(啓林館「わくわく算数4年下」)

算数科の学習において、重要なことは、あるアルゴリズムを適用することと、一般化、抽象化という数学の発展過程の文脈において、そのアルゴリズムを意識するようにすることの差異を十分承知することといえます。アルゴリズムを発見していく過程にこそ、子供の論理的で、しかも創造的な思考の伸長が期待できるといえます。

したがって、アルゴリズムは一方的に子供に与えるのではなく、問題を解決していく過程で出てきた考え方をまとめていくような形で扱い、一連の解決手続きをアルゴリズム化させ、そのよさを感じさせることが重要です。

2.3 アルゴリズムを学ぶ意義

ここまで述べてきたように、アルゴリズムは、機械に代行させることが可能な手続きであり、それを見出すことは価値の高いものだといえます。そして、学習指導においては、アルゴリズムの習得に偏ることなく、アルゴリズムを見出すことの価値を感じさせ、さらに、主体的にアルゴリズムを見出す態度を育成することを目指したいものです。

コンピュータの用語としてのプログラムは、このアルゴリズムをコンピュータで実行可能な形に述べたものです。今日、アルゴリズムを見出すこと、また、アルゴリズムが存在する場合には、その効率を改良することが重要な研究テーマとなっています。今後、ますますこの面での進歩・発展が社会から期待されることになると思われます。

第5章の引用・参考文献

- ・池畠良・景山三平・下村哲（2007），『教員のための数学Ⅱ 解析・統計・コンピュータ』，培風館.
- ・啓林館（2011），『わくわく4年上下』.
- ・小学校段階における論理的思考力や創造性，問題解決能力等の育成とプログラミング教育に関する有識者会議（2016），「小学校段階におけるプログラミング教育の在り方について（議論の取りまとめ）」，http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chousa/shotou/122/attach/1372525.htm（2016年9月取得）
- ・中原忠男編（2000），『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』，明治図書.
- ・日本数学教育学会（2011），『算数教育指導用語辞典 [第4版]』，教育出版.
- ・文部科学省（2010），「教育の情報化に関する手引」，http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/zyouhou/1259413.htm（2016年9月取得）

幼稚園教育要領（抜粋）
小学校学習指導要領（算数）

S1 幼稚園教育要領（抜粋）

第1章 総 則

第1 幼稚園教育の基本

幼児期の教育は、生涯にわたる人格形成の基礎を培う重要なものであり、幼稚園教育は、学校教育法に規定する目的及び目標を達成するため、幼児期の特性を踏まえ、環境を通して行うものであることを基本とする。

このため教師は、幼児との信頼関係を十分に築き、幼児が身近な環境に主体的に関わり、環境との関わり方や意味に気付き、これらを取り込もうとして、試行錯誤したり、考えたりするようになる幼児期の教育における見方・考え方を生かし、幼児と共によりよい教育環境を創造するように努めるものとする。これらを踏まえ、次に示す事項を重視して教育を行わなければならない。

- 1 幼児は安定した情緒の下で自己を十分に発揮することにより発達に必要な体験を得ていくものであることを考慮して、幼児の主体的な活動を促し、幼児期にふさわしい生活が展開されるようにすること。
- 2 幼児の自発的な活動としての遊びは、心身の調和のとれた発達の基礎を培う重要な学習であることを考慮して、遊びを通しての指導を中心として第2章に示すねらいが総合的に達成されるようにすること。
- 3 幼児の発達は、心身の諸側面が相互に関連し合い、多様な経過をたどって成し遂げられていくものであること、また、幼児の生活経験がそれぞれ異なることなどを考慮して、幼児一人一人の特性に応じ、発達の課題に即した指導を行うようにすること。

その際、教師は、幼児の主体的な活動が確保されるよう幼児一人一人の行動の理解と予想に基づき、計画的に環境を構成しなければならない。この場合において、教師は、幼児と人やものとの関わりが重要であることを踏まえ、教材を工夫し、物的・空間的環境を構成しなければならない。また、幼児一人一人の活動の場面に応じて、様々な役割を果たし、その活動を豊かにしなければならない。

第2 幼稚園教育において育みたい資質・能力及び「幼児期の終わりまでに育ってほしい姿」

1 幼稚園においては、生きる力の基礎を育むため、この章の第1に示す幼稚園教育の基本を踏まえ、次に掲げる資質・能力を一体的に育むよう努めるものとする。

(1) 豊かな体験を通じて、感じたり、気付いたり、分かったり、できるようになったりする「知識及び技能の基礎」

(2) 気付いたことや、できるようになったことなどを使い、考えたり、試したり、工夫したり、表現したりする「思考力、判断力、表現力等の基礎」

(3) 心情、意欲、態度が育つ中で、よりよい生活を営もうとする「学びに向かう力、人間性等」

2 1に示す資質・能力は、第2章に示すねらい及び内容に基づく活動全体によって育むものである。

3 次に示す「幼児期の終わりまでに育ってほしい姿」は、第2章に示すねらい及び内容に基づく活動全体を通して資質・能力が育まれている幼児の幼稚園修了時の具体的な姿であり、教師が指導を行う際に考慮するものである。

(1) 健康な心と体

幼稚園生活の中で、充実感をもって自分のやりたいことに向かって心と体を十分に働かせ、見通しをもって行動し、自ら健康で安全な生活をつくり出すようになる。

(2) 自立心

身近な環境に主体的に関わり様々な活動を楽しむ中で、しなければならないことを自覚し、自分の力で行うために考えたり、工夫したりしながら、諦めずにやり遂げることで達成感を味わい、自信をもって行動するようになる。

(3) 協同性

友達と関わる中で、互いの思いや考えなどを共有し、共通の目的の実現に向けて、考えたり、工夫したり、協力したりし、充実感をもってやり遂げるようになる。

(4) 道徳性・規範意識の芽生え

友達と様々な体験を重ねる中で、してよいことや悪いことが分かり、

自分の行動を振り返ったり、友達の気持ちに共感したりし、相手の立場に立って行動するようになる。また、きまりを守る必要性が分かり、自分の気持ちを調整し、友達と折り合いを付けながら、きまりをつくったり、守ったりするようになる。

(5) 社会生活との関わり

家族を大切にしようとする気持ちをもつとともに、地域の身近な人と触れ合う中で、人との様々な関わり方に気付き、相手の気持ちを考えて関わり、自分が役に立つ喜びを感じ、地域に親しみをもつようになる。また、幼稚園内外の様々な環境に関わる中で、遊びや生活に必要な情報を取り入れ、情報に基づき判断したり、情報を伝え合ったり、活用したりするなど、情報を役立てながら活動するようになるとともに、公共の施設を大切に利用するなどして、社会とのつながりなどを意識するようになる。

(6) 思考力の芽生え

身近な事象に積極的に関わる中で、物の性質や仕組みなどを感じ取ったり、気付いたりし、考えたり、予想したり、工夫したりするなど、多様な関わりを楽しむようになる。また、友達の様々な考えに触れる中で、自分と異なる考えがあることに気付き、自ら判断したり、考え直したりするなど、新しい考えを生み出す喜びを味わいながら、自分の考えをよりよいものにするようになる。

(7) 自然との関わり・生命尊重

自然に触れて感動する体験を通して、自然の変化などを感じ取り、好奇心や探究心をもって考え言葉などで表現しながら、身近な事象への関心が高まるとともに、自然への愛情や畏敬の念をもつようになる。また、身近な動植物に心を動かされる中で、生命の不思議さや尊さに気付き、身近な動植物への接し方を考え、命あるものとしていたわり、大切にすることを覚えるようになる。

(8) 数量や図形、標識や文字などへの関心・感覚

遊びや生活の中で、数量や図形、標識や文字などに親しむ体験を重ねたり、標識や文字の役割に気付いたりし、自らの必要感に基づきこれらを活用し、興味や関心、感覚をもつようになる。

(9) 言葉による伝え合い

先生や友達と心を通わせる中で、絵本や物語などに親しみながら、

豊かな言葉や表現を身に付け、経験したことや考えたことなどを言葉で伝えたり、相手の話を注意して聞いたりし、言葉による伝え合いを楽しむようになる。

(10) 豊かな感性と表現

心を動かす出来事などに触れ感性を働かせる中で、様々な素材の特徴や表現の仕方などに気付き、感じたことや考えたことを自分で表現したり、友達同士で表現する過程を楽しんだりし、表現する喜びを味わい、意欲をもつようになる。

第3 教育課程の役割と編成等（略）

第2章 ねらい及び内容

この章に示すねらいは、幼稚園教育において育みたい資質・能力を幼児の生活する姿から捉えたものであり、内容は、ねらいを達成するために指導する事項である。各領域は、これらを幼児の発達の側面から、心身の健康に関する領域「健康」、人との関わりに関する領域「人間関係」、身近な環境との関わりに関する領域「環境」、言葉の獲得に関する領域「言葉」及び感性と表現に関する領域「表現」としてまとめ、示したものである。内容の取扱いは、幼児の発達を踏まえた指導を行うに当たって留意すべき事項である。

各領域に示すねらいは、幼稚園における生活の全体を通じ、幼児が様々な体験を積み重ねる中で相互に関連をもちながら次第に達成に向かうものであること、内容は、幼児が環境に関わって展開する具体的な活動を通して総合的に指導されるものであることに留意しなければならない。

また、「幼児期の終わりまでに育ってほしい姿」が、ねらい及び内容に基づく活動全体を通して資質・能力が育まれている幼児の幼稚園修了時の具体的な姿であることを踏まえ、指導を行う際に考慮するものとする。

なお、特に必要な場合には、各領域に示すねらいの趣旨に基づいて適切な、具体的な内容を工夫し、それを加えても差し支えないが、その場合には、それが第1章の第1に示す幼稚園教育の基本を逸脱しないよう慎重に配慮する必要がある。

健康

〔健康な心と体を育て、自ら健康で安全な生活をつくり出す力を養う。〕

1 ねらい

- (1) 明るく伸び伸びと行動し、充実感を味わう。
- (2) 自分の体を十分に動かし、進んで運動しようとする。
- (3) 健康、安全な生活に必要な習慣や態度を身に付け、見通しをもって行動する。

2 内容

- (1) 先生や友達と触れ合い、安定感をもって行動する。
- (2) いろいろな遊びの中で十分に体を動かす。
- (3) 進んで戸外で遊ぶ。
- (4) 様々な活動に親しみ、楽しんで取り組む。
- (5) 先生や友達と食べることを楽しみ、食べ物への興味や関心をもつ。
- (6) 健康な生活のリズムを身に付ける。
- (7) 身の回りを清潔にし、衣服の着脱、食事、排泄などの生活に必要な活動を自分でする。
- (8) 幼稚園における生活の仕方を知り、自分たちで生活の場を整えながら見通しをもって行動する。
- (9) 自分の健康に関心をもち、病気の予防などに必要な活動を進んで行う。
- (10) 危険な場所、危険な遊び方、災害時などの行動の仕方が分かり、安全に気を付けて行動する。

3 内容の取扱い

上記の取扱いに当たっては、次の事項に留意する必要がある。

- (1) 心と体の健康は、相互に密接な関連があるものであることを踏まえ、幼児が教師や他の幼児との温かい触れ合いの中で自己の存在感や充実感を味わうことなどを基盤として、しなやかな心と体の発達を促すこと。特に、十分に体を動かす気持ちよさを体験し、自ら体を動かそうとする意欲が育つようにすること。
- (2) 様々な遊びの中で、幼児が興味や関心、能力に応じて全身を使って活動することにより、体を動かす楽しさを味わい、自分の体を大切にしようとする気持ちが育つようにすること。その際、多様な動きを経験する中で、体の動きを調整するようにすること。
- (3) 自然の中で伸び伸びと体を動かして遊ぶことにより、体の諸機能の発

達が促されることに留意し、幼児の興味や関心が戸外にも向くようにすること。その際、幼児の動線に配慮した園庭や遊具の配置などを工夫すること。

- (4) 健康な心と体を育てるためには食育を通じた望ましい食習慣の形成が大切であることを踏まえ、幼児の食生活の実情に配慮し、和やかな雰囲気の中で教師や他の幼児と食べる喜びや楽しさを味わったり、様々な食べ物への興味や関心をもったりするなどし、食の大切さに気付き、進んで食べようとする気持ちが育つようにすること。
- (5) 基本的な生活習慣の形成に当たっては、家庭での生活経験に配慮し、幼児の自立心を育て、幼児が他の幼児と関わりながら主体的な活動を展開する中で、生活に必要な習慣を身に付け、次第に見通しをもって行動できるようにすること。
- (6) 安全に関する指導に当たっては、情緒の安定を図り、遊びを通して安全についての構えを身に付け、危険な場所や物事などが分かり、安全についての理解を深めるようにすること。また、交通安全の習慣を身に付けるようにするとともに、避難訓練などを通して、災害などの緊急時に適切な行動がとれるようにすること。

人間関係

[他の人々と親しみ、支え合って生活するために、自立心を育て、人と関わる力を養う。]

1 ねらい

- (1) 幼稚園生活を楽しみ、自分の力で行動することの充実感を味わう。
- (2) 身近な人と親しみ、関わりを深め、工夫したり、協力したりして一緒に活動する楽しさを味わい、愛情や信頼感をもつ。
- (3) 社会生活における望ましい習慣や態度を身に付ける。

2 内容

- (1) 先生や友達と共に過ごすことの喜びを味わう。
- (2) 自分で考え、自分で行動する。
- (3) 自分でできることは自分でする。
- (4) いろいろな遊びを楽しみながら物事をやり遂げようとする気持ちをもつ。
- (5) 友達と積極的に関わりながら喜びや悲しみを共感し合う。

- (6) 自分の思ったことを相手に伝え、相手の思っていることに気付く。
- (7) 友達のよさに気付き、一緒に活動する楽しさを味わう。
- (8) 友達と楽しく活動する中で、共通の目的を見だし、工夫したり、協力したりなどする。
- (9) よいことや悪いことがあることに気付き、考えながら行動する。
- (10) 友達との関わりを深め、思いやりをもつ。
- (11) 友達と楽しく生活する中できまりの大切さに気付き、守ろうとする。
- (12) 共同の遊具や用具を大切にし、皆で使う。
- (13) 高齢者をはじめ地域の人々などの自分の生活に関係の深いいろいろな人に親しみをもつ。

3 内容の取扱い

上記の取扱いに当たっては、次の事項に留意する必要がある。

- (1) 教師との信頼関係に支えられて自分自身の生活を確立していくことが人と関わる基盤となることを考慮し、幼児が自ら周囲に働き掛けることにより多様な感情を体験し、試行錯誤しながら諦めずにやり遂げることの達成感や、前向きな見通しをもって自分の力で行うことの充実感を味わうことができるよう、幼児の行動を見守りながら適切な援助を行うようにすること。
- (2) 一人一人を生かした集団を形成しながら人と関わる力を育てていくようにすること。その際、集団の生活の中で、幼児が自己を発揮し、教師や他の幼児に認められる体験をし、自分のよさや特徴に気付き、自信をもって行動できるようにすること。
- (3) 幼児が互いに関わりを深め、協同して遊ぶようになるため、自ら行動する力を育てるようにするとともに、他の幼児と試行錯誤しながら活動を展開する楽しさや共通の目的が実現する喜びを味わうことができるようにすること。
- (4) 道徳性の芽生えを培うに当たっては、基本的な生活習慣の形成を図るとともに、幼児が他の幼児との関わりの中で他人の存在に気付き、相手を尊重する気持ちをもって行動できるようにし、また、自然や身近な動植物に親しむことなどを通して豊かな心情が育つようにすること。特に、人に対する信頼感や思いやりの気持ちは、葛藤やつまずきをも体験し、それらを乗り越えることにより次第に芽生えてくることに配慮すること。
- (5) 集団の生活を通して、幼児が人との関わりを深め、規範意識の芽生え

が培われることを考慮し、幼児が教師との信頼関係に支えられて自己を発揮する中で、互いに思いを主張し、折り合いを付ける体験をし、きまりの必要性などに気づき、自分の気持ちを調整する力が育つようにすること。

- (6) 高齢者をはじめ地域の人々などの自分の生活に関係の深いいろいろな人と触れ合い、自分の感情や意志を表現しながら共に楽しみ、共感し合う体験を通して、これらの人々などに親しみをもち、人と関わることの楽しさや人の役に立つ喜びを味わうことができるようにすること。また、生活を通して親や祖父母などの家族の愛情に気づき、家族を大切にしようとする気持ちが育つようにすること。

環境

[周囲の様々な環境に好奇心や探究心をもって関わり、それらを生活に取り入れていこうとする力を養う。]

1 ねらい

- (1) 身近な環境に親しみ、自然と触れ合う中で様々な事象に興味や関心をもつ。
- (2) 身近な環境に自分から関わり、発見を楽しんだり、考えたりし、それを生活に取り入れようとする。
- (3) 身近な事象を見たり、考えたり、扱ったりする中で、物の性質や数量、文字などに対する感覚を豊かにする。

2 内容

- (1) 自然に触れて生活し、その大きさ、美しさ、不思議さなどに気付く。
- (2) 生活の中で、様々な物に触れ、その性質や仕組みに興味や関心をもつ。
- (3) 季節により自然や人間の生活に変化のあることに気付く。
- (4) 自然などの身近な事象に関心をもち、取り入れて遊ぶ。
- (5) 身近な動植物に親しみをもって接し、生命の尊さに気づき、いたわったり、大切にしたりする。
- (6) 日常生活の中で、我が国や地域社会における様々な文化や伝統に親しむ。
- (7) 身近な物を大切にする。
- (8) 身近な物や遊具に興味をもって関わり、自分なりに比べたり、関連付けたりしながら考えたり、試したりして工夫して遊ぶ。

- (9) 日常生活の中で数量や図形などに関心をもつ。
- (10) 日常生活の中で簡単な標識や文字などに関心をもつ。
- (11) 生活に関係の深い情報や施設などに興味や関心をもつ。
- (12) 幼稚園内外の行事において国旗に親しむ。

3 内容の取扱い

上記の取扱いに当たっては、次の事項に留意する必要がある。

- (1) 幼児が、遊びの中で周囲の環境と関わり、次第に周囲の世界に好奇心を抱き、その意味や操作の仕方に関心をもち、物事の法則性に気付き、自分なりに考えることができるようになる過程を大切にすること。また、他の幼児の考えなどに触れて新しい考えを生み出す喜びや楽しさを味わい、自分の考えをよりよいものにしようとする気持ちが育つようにすること。
- (2) 幼児期において自然のもつ意味は大きく、自然の大きさ、美しさ、不思議さなどに直接触れる体験を通して、幼児の心が安らぎ、豊かな感情、好奇心、思考力、表現力の基礎が培われることを踏まえ、幼児が自然との関わりを深めることができるよう工夫すること。
- (3) 身近な事象や動植物に対する感動を伝え合い、共感し合うことなどを通して自分から関わろうとする意欲を育てるとともに、様々な関わり方を通してそれらに対する親しみや畏敬の念、生命を大切にしたい気持ち、公共心、探究心などが養われるようにすること。
- (4) 文化や伝統に親しむ際には、正月や節句など我が国の伝統的な行事、国歌、唱歌、わらべうたや我が国の伝統的な遊びに親しんだり、異なる文化に触れる活動に親しんだりすることを通じて、社会とのつながりの意識や国際理解の意識の芽生えなどが養われるようにすること。
- (5) 数量や文字などに関しては、日常生活の中で幼児自身の必要感に基づく体験を大切に、数量や文字などに関する興味や関心、感覚が養われるようにすること。

言葉

〔経験したことや考えたことなどを自分なりの言葉で表現し、相手の話す言葉を開こうとする意欲や態度を育て、言葉に対する感覚や言葉で表現する力を養う。〕

1 ねらい

- (1) 自分の気持ちを言葉で表現する楽しさを味わう。
- (2) 人の言葉や話などをよく聞き、自分の経験したことや考えたことを話し、伝え合う喜びを味わう。
- (3) 日常生活に必要な言葉が分かるようになるとともに、絵本や物語などに親しみ、言葉に対する感覚を豊かにし、先生や友達と心を通わせる。

2 内容

- (1) 先生や友達の言葉や話に興味や関心をもち、親しみをもって聞いたり、話したりする。
- (2) したり、見たり、聞いたり、感じたり、考えたりなどしたことを自分なりに言葉で表現する。
- (3) したいこと、してほしいことを言葉で表現したり、分からないことを尋ねたりする。
- (4) 人の話を注意して聞き、相手に分かるように話す。
- (5) 生活の中で必要な言葉が分かり、使う。
- (6) 親しみをもって日常の挨拶をする。
- (7) 生活の中で言葉の楽しさや美しさに気付く。
- (8) いろいろな体験を通じてイメージや言葉を豊かにする。
- (9) 絵本や物語などに親しみ、興味をもって聞き、想像をする楽しさを味わう。
- (10) 日常生活の中で、文字などで伝える楽しさを味わう。

3 内容の取扱い

上記の取扱いに当たっては、次の事項に留意する必要がある。

- (1) 言葉は、身近な人に親しみをもって接し、自分の感情や意志などを伝え、それに相手が応答し、その言葉を聞くことを通して次第に獲得されていくものであることを考慮して、幼児が教師や他の幼児と関わることにより心を動かされるような体験をし、言葉を交わす喜びを味わえるようにすること。
- (2) 幼児が自分の思いを言葉で伝えるとともに、教師や他の幼児などの話を興味をもって注意して聞くことを通して次第に話を理解するようになっていき、言葉による伝え合いができるようにすること。
- (3) 絵本や物語などで、その内容と自分の経験とを結び付けたり、想像を巡らせたりするなど、楽しみを十分に味わうことによって、次第に豊かなイメージをもち、言葉に対する感覚が養われるようにすること。

- (4) 幼児が生活の中で、言葉の響きやリズム、新しい言葉や表現などに触れ、これらを使う楽しさを味わえるようにすること。その際、絵本や物語に親しんだり、言葉遊びなどをしたりすることを通して、言葉が豊かになるようにすること。
- (5) 幼児が日常生活の中で、文字などを使いながら思ったことや考えたことを伝える喜びや楽しさを味わい、文字に対する興味や関心をもつようにすること。

表現

〔感じたことや考えたことを自分なりに表現することを通して、豊かな感性や表現する力を養い、創造性を豊かにする。〕

1 ねらい

- (1) いろいろなものの美しさなどに対する豊かな感性をもつ。
- (2) 感じたことや考えたことを自分なりに表現して楽しむ。
- (3) 生活の中でイメージを豊かにし、様々な表現を楽しむ。

2 内容

- (1) 生活の中で様々な音、形、色、手触り、動きなどに気付いたり、感じたりするなどして楽しむ。
- (2) 生活の中で美しいものや心を動かす出来事に触れ、イメージを豊かにする。
- (3) 様々な出来事の中で、感動したことを伝え合う楽しさを味わう。
- (4) 感じたこと、考えたことなどを音や動きなどで表現したり、自由にいたり、つくったりなどする。
- (5) いろいろな素材に親しみ、工夫して遊ぶ。
- (6) 音楽に親しみ、歌を歌ったり、簡単なリズム楽器を使ったりなどする楽しさを味わう。
- (7) かいたり、つくったりすることを楽しみ、遊びに使ったり、飾ったりなどする。
- (8) 自分のイメージを動きや言葉などで表現したり、演じて遊んだりするなどの楽しさを味わう。

3 内容の取扱い

上記の取扱いに当たっては、次の事項に留意する必要がある。

- (1) 豊かな感性は、身近な環境と十分に関わる中で美しいもの、優れたも

の、心を動かす出来事などに会い、そこから得た感動を他の幼児や教師と共有し、様々に表現することなどを通して養われるようにすること。その際、風の音や雨の音、身近にある草や花の形や色など自然の中にある音、形、色などに気付くようにすること。

- (2) 幼児の自己表現は素朴な形で行われることが多いので、教師はそのような表現を受容し、幼児自身の表現しようとする意欲を受け止めて、幼児が生活の中で幼児らしい様々な表現を楽しむことができるようにすること。
- (3) 生活経験や発達に応じ、自ら様々な表現を楽しみ、表現する意欲を十分に発揮させることができるように、遊具や用具などを整えたり、様々な素材や表現の仕方に親しんだり、他の幼児の表現に触れられるよう配慮したりし、表現する過程を大切に自己表現を楽しめるように工夫すること。

第3章 教育課程に係る教育時間の終了後等に行う教育活動などの留意事項

(略)

§2 小学校学習指導要領（算数）

第1 目標

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
- (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見いだし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

第2 各学年の目標及び内容

[第1学年]

1 目標

- (1) 数の概念とその表し方及び計算の意味を理解し、量、図形及び数量の関係についての理解の基礎となる経験を重ね、数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、加法及び減法の計算をしたり、形を構成したり、身の回りにある量の大きさを比べたり、簡単な絵や図などに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
- (2) ものの数に着目し、具体物や図などを用いて数の数え方や計算の仕方を考える力、ものの形に着目して特徴を捉えたり、具体的な操作を通して形の構成について考えたりする力、身の回りにあるものの特徴を量に着目して捉え、量の大きさの比べ方を考える力、データの個数に着目して身の回りの事象の特徴を捉える力などを養う。
- (3) 数量や図形に親しみ、算数で学んだことのよさや楽しさを感じながら学ぶ態度を養う。

2 内 容

A 数と計算

- (1) 数の構成と表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) ものともとの対応させることによって、ものの個数を比べること。
 - (イ) 個数や順番を正しく数えたり表したりすること。
 - (ウ) 数の大小や順序を考えることによって、数の系列を作ったり、数直線の上に表したりすること。
 - (エ) 一つの数をほかの数の和や差としてみるなど、ほかの数と関係付けてみること。
 - (オ) 2位数の表し方について理解すること。
 - (カ) 簡単な場合について、3位数の表し方を知ること。
 - (キ) 数を、十を単位としてみること。
 - (ク) 具体物をまとめて数えたり等分したりして整理し、表すこと。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数のまとまりに着目し、数の大きさの比べ方や数え方を考え、それらを日常生活に生かすこと。
- (2) 加法及び減法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 加法及び減法の意味について理解し、それらが用いられる場合について知ること。
 - (イ) 加法及び減法が用いられる場面を式に表したり、式を読み取ったりすること。
 - (ウ) 1位数と1位数の加法及びその逆の減法の計算が確実にできること。
 - (エ) 簡単な場合について、2位数などについても加法及び減法ができることを知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数量の関係に着目し、計算の意味や計算の仕方を考えたり、日常生活に生かしたりすること。

B 図形

(1) 身の回りにあるものの形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) ものの形を認め、形の特徴を知ること。

(イ) 具体物を用いて形を作ったり分解したりすること。

(ウ) 前後、左右、上下など方向や位置についての言葉を用いて、ものの位置を表すこと。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) ものの形に着目し、身の回りにあるものの特徴を捉えたり、具体的な操作を通して形の構成について考えたりすること。

C 測定

(1) 身の回りのものの大きさに関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 長さ、広さ、かさなどの量を、具体的な操作によって直接比べたり、他のものを用いて比べたりすること。

(イ) 身の回りにあるものの大きさを単位として、その幾つ分かで大きさを比べること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 身の回りのものの特徴に着目し、量の大きさの比べ方を見いだすこと。

(2) 時刻に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 日常生活の中で時刻を読むこと。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 時刻の読み方を用いて、時刻と日常生活を関連付けること。

D データの活用

(1) 数量の整理に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) ものの個数について、簡単な絵や図などに表したり、それらを読

み取ったりすること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(7) データの個数に着目し，身の回りの事象の特徴を捉えること。

〔数学的活動〕

- (1) 内容の「A数と計算」，「B図形」，「C測定」及び「Dデータの活用」に示す学習については，次のような数学的活動に取り組むものとする。
- ア 身の回りの事象を観察したり，具体物を操作したりして，数量や形を見いだす活動
- イ 日常生活の問題を具体物などを用いて解決したり結果を確かめたりする活動
- ウ 算数の問題を具体物などを用いて解決したり結果を確かめたりする活動
- エ 問題解決の過程や結果を，具体物や図などを用いて表現する活動

〔用語・記号〕

一の位 十の位 + - =

〔第2学年〕

1 目標

- (1) 数の概念についての理解を深め，計算の意味と性質，基本的な図形の概念，量の概念，簡単な表とグラフなどについて理解し，数量や図形についての感覚を豊かにするとともに，加法，減法及び乗法の計算をしたり，図形を構成したり，長さやかさなどを測定したり，表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
- (2) 数とその表現や数量の関係に着目し，必要に応じて具体物や図などを用いて数の表し方や計算の仕方などを考察する力，平面図形の特徴を図形を構成する要素に着目して捉えたり，身の回りの事象を図形の性質から考察したりする力，身の回りにあるものの特徴を量に着目して捉え，量の単位を用いて的確に表現する力，身の回りの事象をデータの特徴に着目して捉え，簡潔に表現したり考察したりする力などを養う。
- (3) 数量や図形に進んで関わり，数学的に表現・処理したことを振り返り，数理的な処理のよさに気づき生活や学習に活用しようとする態度を養う。

2 内容

A 数と計算

(1) 数の構成と表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 同じ大きさの集まりにまとめて数えたり，分類して数えたりすること。

(イ) 4位数までについて，十進位取り記数法による数の表し方及び数の大小や順序について理解すること。

(ウ) 数を十や百を単位としてみるなど，数の相対的な大きさについて理解すること。

(エ) 一つの数をほかの数の積としてみるなど，ほかの数と関係付けてみること。

(オ) 簡単な事柄を分類整理し，それを数を用いて表すこと。

(カ) $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3}$ など簡単な分数について知ること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 数のまとまりに着目し，大きな数の大きさの比べ方や数え方を考え，日常生活に生かすこと。

(2) 加法及び減法に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 2位数の加法及びその逆の減法の計算が，1位数などについての基本的な計算を基にしてできることを理解し，それらの計算が確実にできること。また，それらの筆算の仕方について理解すること。

(イ) 簡単な場合について，3位数などの加法及び減法の計算の仕方を知ること。

(ウ) 加法及び減法に関して成り立つ性質について理解すること。

(エ) 加法と減法との相互関係について理解すること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 数量の関係に着目し，計算の仕方を考えたり計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに，その性質を活用して，計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。

(3) 乗法に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 乗法の意味について理解し、それが用いられる場合について知ること。

(イ) 乗法が用いられる場面を式に表したり、式を読み取ったりすること。

(ウ) 乗法に関して成り立つ簡単な性質について理解すること。

(エ) 乗法九九について知り、1位数と1位数との乗法の計算が確実にできること。

(オ) 簡単な場合について、2位数と1位数との乗法の計算の仕方を知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 数量の関係に着目し、計算の意味や計算の仕方を考えたり計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。

(イ) 数量の関係に着目し、計算を日常生活に生かすこと。

B 図形

(1) 図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 三角形、四角形について知ること。

(イ) 正方形、長方形、直角三角形について知ること。

(ウ) 正方形や長方形の面で構成される箱の形をしたものについて理解し、それらを構成したり分解したりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 図形を構成する要素に着目し、構成の仕方と考えるとともに、身の回りのものの形を図形として捉えること。

C 測定

(1) 量の単位と測定に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 長さの単位（ミリメートル（mm）、センチメートル（cm）、メートル（m））及びかさの単位（ミリリットル（mL）、デシリットル（dL）、リットル（L））について知り、測定の意味を理解すること。

(イ) 長さ及びかさについて、およその見当を付け、単位を適切に選択

して測定すること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 身の回りのものの特徴に着目し，目的に応じた単位で量の大きさを的確に表現したり，比べたりすること。

(2) 時刻と時間に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 日，時，分について知り，それらの関係を理解すること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) 時間の単位に着目し，時刻や時間を日常生活に生かすこと。

D データの活用

(1) データの分析に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 身の回りにある数量を分類整理し，簡単な表やグラフを用いて表したり読み取ったりすること。

イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。

(ア) データを整理する観点に着目し，身の回りの事象について表やグラフを用いて考察すること。

〔数学的活動〕

(1) 内容の「A数と計算」，「B図形」，「C測定」及び「Dデータの活用」に示す学習については，次のような数学的活動に取り組むものとする。

ア 身の回りの事象を観察したり，具体物を操作したりして，数量や図形に進んで関わる活動

イ 日常の事象から見いだした算数の問題を，具体物，図，数，式などを用いて解決し，結果を確かめる活動

ウ 算数の学習場面から見いだした算数の問題を，具体物，図，数，式などを用いて解決し，結果を確かめる活動

エ 問題解決の過程や結果を，具体物，図，数，式などを用いて表現し伝え合う活動

〔用語・記号〕

直線 直角 頂点 辺 面 単位 \times $>$ $<$

3 内容の取扱い

- (1) 内容の「A数と計算」の(1)については、1万についても取り扱うものとする。
- (2) 内容の「A数と計算」の(2)については、必要な場合には、()や□などを用いることができる。また、計算の結果の見積りについて配慮するものとする。
- (3) 内容の「A数と計算」の(2)のアの(ウ)については、交換法則や結合法則を取り扱うものとする。
- (4) 内容の「A数と計算」の(3)のアの(ウ)については、主に乗数が1ずつ増えるときの積の増え方や交換法則を取り扱うものとする。
- (5) 内容の「B図形」の(1)のアの(イ)に関連して、正方形、長方形が身の回りで多く使われていることが分かるようにするとともに、敷き詰めるなどの操作的な活動を通して、平面の広がりについての基礎となる経験を豊かにするよう配慮するものとする。

〔第3学年〕

1 目 標

- (1) 数の表し方、整数の計算の意味と性質、小数及び分数の意味と表し方、基本的な図形の内容、量の概念、棒グラフなどについて理解し、数量や図形についての感覚を豊かにするとともに、整数などの計算をしたり、図形を構成したり、長さや重さなどを測定したり、表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
- (2) 数とその表現や数量の関係に着目し、必要に応じて具体物や図などを用いて数の表し方や計算の仕方などを考察する力、平面図形の特徴を図形を構成する要素に着目して捉えたり、身の回りの事象を図形の性質から考察したりする力、身の回りにあるものの特徴を量に着目して捉え、量の単位を用いて的確に表現する力、身の回りの事象をデータの特徴に着目して捉え、簡潔に表現したり適切に判断したりする力などを養う。
- (3) 数量や図形に進んで関わり、数学的に表現・処理したことを振り返り、数理的な処理のよさに気づき生活や学習に活用しようとする態度を養う。

2 内 容

A 数と計算

- (1) 整数の表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 万の単位について知ること。
 - (イ) 10倍、100倍、1000倍、 $\frac{1}{10}$ の大きさの数及びそれらの表し方について知ること。
 - (ウ) 数の相対的な大きさについての理解を深めること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数のまとまりに着目し、大きな数の大きさの比べ方や表し方を考え、日常生活に生かすこと。
- (2) 加法及び減法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 3位数や4位数の加法及び減法の計算が、2位数などについての基本的な計算を基にしてできることを理解すること。また、それらの筆算の仕方について理解すること。
 - (イ) 加法及び減法の計算が確実にでき、それらを適切に用いること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数量の関係に着目し、計算の仕方を考えたり計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。
- (3) 乗法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 2位数や3位数に1位数や2位数をかける乗法の計算が、乗法九九などの基本的な計算を基にしてできることを理解すること。また、その筆算の仕方について理解すること。
 - (イ) 乗法の計算が確実にでき、それを適切に用いること。
 - (ウ) 乗法に関して成り立つ性質について理解すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数量の関係に着目し、計算の仕方を考えたり計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。
- (4) 除法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 除法の意味について理解し、それが用いられる場合について知ること。また、余りについて知ること。
 - (イ) 除法が用いられる場面を式に表したり、式を読み取ったりすること。
 - (ウ) 除法と乗法や減法との関係について理解すること。
 - (エ) 除数と商が共に1位数である除法の計算が確実にできること。
 - (オ) 簡単な場合について、除数が1位数で商が2位数の除法の計算の仕方を知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (7) 数量の関係に着目し、計算の意味や計算の仕方を考えたり、計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。
 - (イ) 数量の関係に着目し、計算を日常生活に生かすこと。
- (5) 小数とその表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 端数部分の大きさを表すのに小数を用いることを知ること。また、小数の表し方及び $\frac{1}{10}$ の位について知ること。
 - (イ) $\frac{1}{10}$ の位までの小数の加法及び減法の意味について理解し、それらの計算ができることを知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (7) 数のまとまりに着目し、小数でも数の大きさを比べたり計算したりできるかどうかを考えるとともに、小数を日常生活に生かすこと。
- (6) 分数とその表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに分数を用いることを知ること。また、分数の表し方について知ること。
 - (イ) 分数が単位分数の幾つ分かで表すことができることを知ること。
 - (ウ) 簡単な場合について、分数の加法及び減法の意味について理解し、それらの計算ができることを知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

- (ア) 数のまとまりに着目し、分数でも数の大きさを比べたり計算したりできるかどうかを考えるとともに、分数を日常生活に生かすこと。
- (7) 数量の関係を表す式に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 数量の関係を表す式について理解するとともに、数量を□などを用いて表し、その関係を式に表したり、□などに数を当てはめて調べたりすること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 数量の關係に着目し、数量の關係を図や式を用いて簡潔に表したり、式と図を関連付けて式を読んだりすること。
- (8) そろばんを用いた数の表し方と計算に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) そろばんによる数の表し方について知ること。
- (イ) 簡単な加法及び減法の計算の仕方について知り、計算すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) そろばんの仕組みに着目し、大きな数や小数の計算の仕方を考えること。

B 図形

- (1) 図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 二等辺三角形、正三角形などについて知り、作図などを通してそれらの關係に次第に着目すること。
- (イ) 基本的な図形と関連して角について知ること。
- (ウ) 円について、中心、半径、直径を知ること。また、円に関連して、球についても直径などを知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 図形を構成する要素に着目し、構成の仕方を見るとともに、図形の性質を見だし、身の回りのものの形を図形として捉えること。

C 測定

- (1) 量の単位と測定に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付ける

ことができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 長さの単位(キロメートル(km))及び重さの単位(グラム(g)、キログラム(kg))について知り、測定の意味を理解すること。

(イ) 長さや重さについて、適切な単位で表したり、およその見当を付け計器を適切を選んで測定したりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 身の回りのものの特徴に着目し、単位の関係を統合的に考察すること。

(2) 時刻と時間に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 秒について知ること。

(イ) 日常生活に必要な時刻や時間を求めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 時間の単位に着目し、時刻や時間の求め方について考察し、日常生活に生かすこと。

D データの活用

(1) データの分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 日時の観点や場所の観点などからデータを分類整理し、表に表したり読んだりすること。

(イ) 棒グラフの特徴やその用い方を理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) データを整理する観点に着目し、身の回りの事象について表やグラフを用いて考察して、見いだしたことを表現すること。

〔数学的活動〕

(1) 内容の「A数と計算」、「B図形」、「C測定」及び「Dデータの活用」に示す学習については、次のような数学的活動に取り組むものとする。

ア 身の回りの事象を観察したり、具体物を操作したりして、数量や図形に進んで関わる活動

イ 日常の事象から見いだした算数の問題を、具体物、図、数、式など

を用いて解決し、結果を確かめる活動

ウ 算数の学習場面から見いだした算数の問題を、具体物、図、数、式などを用いて解決し、結果を確かめる活動

エ 問題解決の過程や結果を、具体物、図、数、式などを用いて表現し伝え合う活動

〔用語・記号〕

等号 不等号 小数点 $\frac{1}{10}$ の位 数直線 分母 分子 ÷

3 内容の取扱い

- (1) 内容の「A数と計算」の(1)については、1億についても取り扱うものとする。
- (2) 内容の「A数と計算」の(2)及び(3)については、簡単な計算は暗算でできるように配慮するものとする。また、計算の結果の見積りについても触れるものとする。
- (3) 内容の「A数と計算」の(3)については、乗数又は被乗数が0の場合の計算についても取り扱うものとする。
- (4) 内容の「A数と計算」の(3)のアの(ウ)については、交換法則、結合法則、分配法則を取り扱うものとする。
- (5) 内容の「A数と計算」の(5)及び(6)については、小数の0.1と分数の $\frac{1}{10}$ などを数直線を用いて関連付けて取り扱うものとする。
- (6) 内容の「B図形」の(1)の基本的な図形については、定規、コンパスなどを用いて、図形をかいたり確かめたりする活動を重視するとともに、三角形や円などを基にして模様をかくなどの具体的な活動を通して、図形のもつ美しさに関心をもたせるよう配慮するものとする。
- (7) 内容の「C測定」の(1)については、重さの単位のトン(t)について触れるとともに、接頭語(キロ(k)やミリ(m))についても触れるものとする。
- (8) 内容の「Dデータの活用」の(1)のアの(イ)については、最小目盛りが2, 5又は20, 50などの棒グラフや、複数の棒グラフを組み合わせたグラフなどにも触れるものとする。

〔第4学年〕

1 目標

- (1) 小数及び分数の意味と表し方、四則の関係、平面図形と立体図形、面

積、角の大きさ、折れ線グラフなどについて理解するとともに、整数、小数及び分数の計算をしたり、図形を構成したり、図形の面積や角の大きさを求めたり、表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。

- (2) 数とその表現や数量の関係に着目し、目的に合った表現方法を用いて計算の仕方などを考察する力、図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、図形の性質や図形の計量について考察する力、伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見いだして、二つの数量の関係を表や式を用いて考察する力、目的に応じてデータを収集し、データの特徴や傾向に着目して表やグラフに的確に表現し、それらを用いて問題解決したり、解決の過程や結果を多面的に捉え考察したりする力を養う。
- (3) 数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度、数学のよさに気づき学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

2 内容

A 数と計算

- (1) 整数の表し方に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 億、兆の単位について知り、十進位取り記数法についての理解を深めること。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 数のまとまりに着目し、大きな数の大きさの比べ方や表し方を統合的に捉えるとともに、それらを日常生活に生かすこと。
- (2) 概数に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 概数が用いられる場合について知ること。
 - (イ) 四捨五入について知ること。
 - (ウ) 目的に応じて四則計算の結果の見積りをする事。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 日常の事象における場面に着目し、目的に合った数の処理の仕方

を考えるとともに、それを日常生活に生かすこと。

- (3) 整数の除法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 除数が1位数や2位数で被除数が2位数や3位数の場合の計算が、基本的な計算を基にしてできることを理解すること。また、その筆算の仕方について理解すること。

(イ) 除法の計算が確実にでき、それを適切に用いること。

(ウ) 除法について、次の関係を理解すること。

$$(\text{被除数}) = (\text{除数}) \times (\text{商}) + (\text{余り})$$

(エ) 除法に関して成り立つ性質について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 数量の関係に着目し、計算の仕方を考えたり計算に関して成り立つ性質を見いだしたりするとともに、その性質を活用して、計算を工夫したり計算の確かめをしたりすること。

- (4) 小数とその計算に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) ある量の何倍かを表すのに小数を用いることを知ること。

(イ) 小数が整数と同じ仕組みで表されていることを知るとともに、数の相対的な大きさについての理解を深めること。

(ウ) 小数の加法及び減法の計算ができること。

(エ) 乗数や除数が整数である場合の小数の乗法及び除法の計算ができること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 数の表し方の仕組みや数を構成する単位に着目し、計算の仕方を考えるとともに、それを日常生活に生かすこと。

- (5) 分数とその加法及び減法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 簡単な場合について、大きさの等しい分数があることを知ること。

(イ) 同分母の分数の加法及び減法の計算ができること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

- (7) 数を構成する単位に着目し、大きさの等しい分数を探したり、計算の仕方を考えたりするとともに、それを日常生活に生かすこと。
- (6) 数量の関係を表す式に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 四則の混合した式や（ ）を用いた式について理解し、正しく計算すること。
- (イ) 公式についての考え方を理解し、公式を用いること。
- (ウ) 数量を□、△などを用いて表し、その関係を式に表したり、□、△などに数を当てはめて調べたりすること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (7) 問題場面の数量の關係に着目し、数量の關係を簡潔に、また一般的に表現したり、式の意味を読み取ったりすること。
- (7) 計算に関して成り立つ性質に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 四則に関して成り立つ性質についての理解を深めること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (7) 数量の關係に着目し、計算に関して成り立つ性質を用いて計算の仕方を考えること。
- (8) そろばんを用いた数の表し方と計算に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 加法及び減法の計算をすること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (7) そろばんの仕組みに着目し、大きな数や小数の計算の仕方を考えること。

B 図形

- (1) 平面図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 直線の平行や垂直の關係について理解すること。
- (イ) 平行四辺形、ひし形、台形について知ること。

- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直すこと。
- (2) 立体図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 立方体、直方体について知ること。
- (イ) 直方体に関連して、直線や平面の平行や垂直の関係について理解すること。
- (ウ) 見取図、展開図について知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 図形を構成する要素及びそれらの位置関係に着目し、立体図形の平面上での表現や構成の仕方を考察し図形の性質を見いだすとともに、日常の事象を図形の性質から捉え直すこと。
- (3) ものの位置に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) ものの位置の表し方について理解すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 平面や空間における位置を決める要素に着目し、その位置を数を用いて表現する方法を考察すること。
- (4) 平面図形の面積に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 面積の単位（平方センチメートル（ cm^2 ）、平方メートル（ m^2 ）、平方キロメートル（ km^2 ））について知ること。
- (イ) 正方形及び長方形の面積の計算による求め方について理解すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 面積の単位や図形を構成する要素に着目し、図形の面積の求め方を考えると同時に、面積の単位とこれまでに学習した単位との関係を考察すること。

(5) 角の大きさに関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 角の大きさを回転の大きさとして捉えること。

(4) 角の大きさの単位（度（ $^{\circ}$ ））について知り、角の大きさを測定すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 図形の角の大きさに着目し、角の大きさを柔軟に表現したり、図形の考察に生かしたりすること。

C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 変化の様子を表や式、折れ線グラフを用いて表したり、変化の特徴を読み取ったりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

(2) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 簡単な場合について、ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係とを比べる場合に割合を用いる場合があることを知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 日常の事象における数量の関係に着目し、図や式などを用いて、ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係との比べ方を考察すること。

D データの活用

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) データを二つの観点から分類整理する方法を知ること。

(4) 折れ線グラフの特徴とその用い方を理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

- (ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し、その結論について考察すること。

〔数学的活動〕

- (1) 内容の「A数と計算」, 「B図形」, 「C変化と関係」及び「Dデータの活用」に示す学習については、次のような数学的活動に取り組むものとする。
- ア 日常の事象から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、日常生活等に生かしたりする活動
- イ 算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、発展的に考察したりする活動
- ウ 問題解決の過程や結果を、図や式などを用いて数学的に表現し伝える活動

〔用語・記号〕

和 差 積 商 以上 以下 未満 真分数 仮分数 帯分数 平行
垂直 対角線 平面

3 内容の取扱い

- (1) 内容の「A数と計算」の(1)については、大きな数を表す際に、3桁ごとに区切りを用いる場合があることに触れるものとする。
- (2) 内容の「A数と計算」の(2)のアの(ウ)及び(3)については、簡単な計算は暗算でできるように配慮するものとする。また、暗算を筆算や見積りに生かすよう配慮するものとする。
- (3) 内容の「A数と計算」の(3)については、第1学年から第4学年までに示す整数の計算の能力を定着させ、それを用いる能力を伸ばすことに配慮するものとする。
- (4) 内容の「A数と計算」の(3)のアの(エ)については、除数及び被除数に同じ数をかけても、同じ数で割っても商は変わらないという性質などを取り扱うものとする。
- (5) 内容の「A数と計算」の(4)のアの(エ)については、整数を整数で割って商が小数になる場合も含めるものとする。
- (6) 内容の「A数と計算」の(7)のアの(ア)については、交換法則、結合法則、分配法則を扱うものとする。

- (7) 内容の「B図形」の(1)については、平行四辺形、ひし形、台形で平面を敷き詰めるなどの操作的な活動を重視するよう配慮するものとする。
- (8) 内容の「B図形」の(4)のアの(7)については、アール(a)、ヘクタール(ha)の単位についても触れるものとする。
- (9) 内容の「Dデータの活用」の(1)のアの(7)については、資料を調べるときに、落ちや重なりがないようにすることを取り扱うものとする。
- (10) 内容の「Dデータの活用」の(1)のアの(イ)については、複数系列のグラフや組み合わせたグラフにも触れるものとする。

〔第5学年〕

1 目 標

- (1) 整数の性質、分数の意味、小数と分数の計算の意味、面積の公式、図形の意味と性質、図形の体積、速さ、割合、帯グラフなどについて理解するとともに、小数や分数の計算をしたり、図形の性質を調べたり、図形の面積や体積を求めたり、表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
- (2) 数とその表現や計算の意味に着目し、目的に合った表現方法を用いて数の性質や計算の仕方などを考察する力、図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し、図形の性質や図形の計量について考察する力、伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し、変化や対応の特徴を見いだして、二つの数量の関係を表や式を用いて考察する力、目的に応じてデータを収集し、データの特徴や傾向に着目して表やグラフに的確に表現し、それらを用いて問題解決したり、解決の過程や結果を多面的に捉え考察したりする力などを養う。
- (3) 数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度、数学のよさに気付き学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

2 内 容

A 数と計算

- (1) 整数の性質及び整数の構成に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (7) 整数は、観点を決めると偶数と奇数に類別されることを知ること。

- (イ) 約数，倍数について知ること。
- イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
- (ア) 乗法及び除法に着目し，観点を決めて整数を類別する仕方を考えたり，数の構成について考察したりするとともに，日常生活に生かすこと。
- (2) 整数及び小数の表し方に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) ある数の10倍，100倍，1000倍， $\frac{1}{10}$ ， $\frac{1}{100}$ などの大きさの数を，小数点の位置を移してつくること。
- イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
- (ア) 数の表し方の仕組みに着目し，数の相対的な大きさを考察し，計算などに有効に生かすこと。
- (3) 小数の乗法及び除法に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 乗数や除数が小数である場合の小数の乗法及び除法の意味について理解すること。
- (イ) 小数の乗法及び除法の計算ができること。また，余りの大きさについて理解すること。
- (ウ) 小数の乗法及び除法についても整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解すること。
- イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
- (ア) 乗法及び除法の意味に着目し，乗数や除数が小数である場合まで数の範囲を広げて乗法及び除法の意味を捉え直すとともに，それらの計算の仕方を考えたり，それらを日常生活に生かしたりすること。
- (4) 分数に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 整数及び小数を分数の形に直したり，分数を小数で表したりすること。
- (イ) 整数の除法の結果は，分数を用いると常に一つの数として表すことができることを理解すること。

- (ウ) 一つの分数の分子及び分母に同じ数を乗除してできる分数は、元の分数と同じ大きさを表すことを理解すること。
- (エ) 分数の相等及び大小について知り、大小を比べること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 数を構成する単位に着目し、数の相等及び大小関係について考察すること。
 - (イ) 分数の表現に着目し、除法の結果の表し方を振り返り、分数の意味をまとめること。
- (5) 分数の加法及び減法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 異分母の分数の加法及び減法の計算ができること。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (イ) 分数の意味や表現に着目し、計算の仕方を考えること。
- (6) 数量の関係を表す式に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 数量の関係を表す式についての理解を深めること。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (イ) 二つの数量の対応や変わり方に着目し、簡単な式で表されている関係について考察すること。

B 図形

- (1) 平面図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 図形の形や大きさが決まる要素について理解するとともに、図形の合同について理解すること。
 - (イ) 三角形や四角形など多角形についての簡単な性質を理解すること。
 - (ウ) 円と関連させて正多角形の基本的な性質を知ること。
 - (エ) 円周率の意味について理解し、それをを用いること。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 図形を構成する要素及び図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり、図形の性質を見いだし、その性質を筋道を立てて考え説

明したりすること。

- (2) 立体図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 基本的な角柱や円柱について知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 図形を構成する要素に着目し、図形の性質を見いだすとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直すこと。

- (3) 平面図形の面積に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 三角形、平行四辺形、ひし形、台形の面積の計算による求め方について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 図形を構成する要素などに着目して、基本図形の面積の求め方を見いだすとともに、その表現を振り返り、簡潔かつ的確な表現に高め、公式として導くこと。

- (4) 立体図形の体積に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 体積の単位（立方センチメートル（ cm^3 ）、立方メートル（ m^3 ））について知ること。

(イ) 立方体及び直方体の体積の計算による求め方について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 体積の単位や図形を構成する要素に着目し、図形の体積の求め方を考えると同時に、体積の単位とこれまでに学習した単位との関係を考察すること。

C 変化と関係

- (1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 簡単な場合について、比例の関係があることを知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること。

(2) 異種の二つの量の割合として捉えられる数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 速さなど単位量当たりの大きさの意味及び表し方について理解し、それを求めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 異種の二つの量の割合として捉えられる数量の関係に着目し、目的に応じて大きさを比べたり表現したりする方法を考察し、それらを日常生活に生かすこと。

(3) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係とを比べる場合に割合を用いる場合があることを理解すること。

(1) 百分率を用いた表し方を理解し、割合などを求めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 日常の事象における数量の関係に着目し、図や式などを用いて、ある二つの数量の関係と別の二つの数量の関係との比べ方を考察し、それを日常生活に生かすこと。

D データの活用

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 円グラフや帯グラフの特徴とそれらの用い方を理解すること。

(1) データの収集や適切な手法の選択など統計的な問題解決の方法を知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し、その結論について多面的に捉え考察すること。

- (2) 測定した結果を平均する方法に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 平均の意味について理解すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (イ) 概括的に捉えることに着目し、測定した結果を平均する方法について考察し、それを学習や日常生活に生かすこと。

〔数学的活動〕

- (1) 内容の「A数と計算」、「B図形」、「C変化と関係」及び「Dデータの活用」に示す学習については、次のような数学的活動に取り組むものとする。
- ア 日常の事象から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、日常生活等に生かしたりする活動
- イ 算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、結果を確かめたり、発展的に考察したりする活動
- ウ 問題解決の過程や結果を、図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動

〔用語・記号〕

最大公約数 最小公倍数 通分 約分 底面 側面 比例 %

3 内容の取扱い

- (1) 内容の「A数と計算」の(1)のアの(イ)については、最大公約数や最小公倍数を形式的に求めることに偏ることなく、具体的な場面に即して取り扱うものとする。
- (2) 内容の「B図形」の(1)については、平面を合同な図形で敷き詰めるなどの操作的な活動を重視するよう配慮するものとする。
- (3) 内容の「B図形」の(1)のアの(エ)については、円周率は3.14を用いるものとする。
- (4) 内容の「C変化と関係」の(3)のアの(イ)については、歩合の表し方について触れるものとする。
- (5) 内容の「Dデータの活用」の(1)については、複数の帯グラフを比べることにも触れるものとする。

〔第6学年〕

1 目 標

- (1) 分数の計算の意味，文字を用いた式，図形の意味，図形の体積，比例，度数分布を表す表などについて理解するとともに，分数の計算をしたり，図形を構成したり，図形の面積や体積を求めたり，表やグラフに表したりすることなどについての技能を身に付けるようにする。
- (2) 数とその表現や計算の意味に着目し，発展的に考察して問題を見いだすとともに，目的に応じて多様な表現方法を用いながら数の表し方や計算の仕方などを考察する力，図形を構成する要素や図形間の関係などに着目し，図形の性質や図形の計量について考察する力，伴って変わる二つの数量やそれらの関係に着目し，変化や対応の特徴を見いだして，二つの数量の関係を表や式，グラフを用いて考察する力，身の回りの事象から設定した問題について，目的に応じてデータを収集し，データの特徴や傾向に着目して適切な手法を選択して分析を行い，それらを用いて問題解決したり，解決の過程や結果を批判的に考察したりする力を養う。
- (3) 数学的に表現・処理したことを振り返り，多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考える態度，数学のよさに気づき学習したことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

2 内 容

A 数と計算

- (1) 分数の乗法及び除法に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 乗数や除数が整数や分数である場合も含めて，分数の乗法及び除法の意味について理解すること。
 - (イ) 分数の乗法及び除法の計算ができること。
 - (ウ) 分数の乗法及び除法についても，整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解すること。
 - イ 次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
 - (ア) 数の意味と表現，計算について成り立つ性質に着目し，計算の仕方を多面的に捉え考えること。
- (2) 数量の関係を表す式に関わる数学的活動を通して，次の事項を身に付

けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 数量を表す言葉や□、△などの代わりに、 a 、 x などの文字を用いて式に表したり、文字に数を当てはめて調べたりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 問題場面の数量の関係に着目し、数量の関係を簡潔かつ一般的に表現したり、式の意味を読み取ったりすること。

B 図形

(1) 平面図形に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 縮図や拡大図について理解すること。

(イ) 対称な図形について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 図形を構成する要素及び図形間関係に着目し、構成の仕方を考察したり図形の性質を見いだしたりするとともに、その性質を基に既習の図形を捉え直したり日常生活に生かしたりすること。

(2) 身の回りにある形の概形やおよその面積などに関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 身の回りにある形について、その概形を捉え、およその面積などを求めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 図形を構成する要素や性質に着目し、筋道を立てて面積などの求め方を考え、それを日常生活に生かすこと。

(3) 平面図形の面積に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 円の面積の計算による求め方について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(イ) 図形を構成する要素などに着目し、基本的な図形の面積の求め方を見いだすとともに、その表現を振り返り、簡潔かつ的確な表現に高め、公式として導くこと。

(4) 立体図形の体積に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 基本的な角柱及び円柱の体積の計算による求め方について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 図形を構成する要素に着目し、基本図形の体積の求め方を見いだすとともに、その表現を振り返り、簡潔かつ的確な表現に高め、公式として導くこと。

C 変化と関係

(1) 伴って変わる二つの数量に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 比例の関係の意味や性質を理解すること。

(4) 比例の関係をを用いた問題解決の方法について知ること。

(9) 反比例の関係について知ること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見いだすとともに、それらを日常生活に生かすこと。

(2) 二つの数量の関係に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(7) 比の意味や表し方を理解し、数量の関係を比で表したり、等しい比をつくったりすること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(7) 日常の事象における数量の関係に着目し、図や式などを用いて数量の関係の比べ方を考察し、それを日常生活に生かすこと。

D データの活用

(1) データの収集とその分析に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

- (ア) 代表値の意味や求め方を理解すること。
- (イ) 度数分布を表す表やグラフの特徴及びそれらの用い方を理解すること。
- (ウ) 目的に応じてデータを収集したり適切な手法を選択したりするなど、統計的な問題解決の方法を知ること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 目的に応じてデータを集めて分類整理し、データの特徴や傾向に着目し、代表値などを用いて問題の結論について判断するとともに、その妥当性について批判的に考察すること。
- (2) 起こり得る場合に関わる数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - (ア) 起こり得る場合を順序よく整理するための図や表などの用い方を knowing こと。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - (ア) 事象の特徴に着目し、順序よく整理する観点を決めて、落ちや重なりなく調べる方法を考察すること。

〔数学的活動〕

- (1) 内容の「A数と計算」、「B図形」、「C変化と関係」及び「Dデータの活用」に示す学習については、次のような数学的活動に取り組むものとする。
 - ア 日常の事象を数理的に捉え問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り、結果や方法を改善したり、日常生活等に生かしたりする活動
 - イ 算数の学習場面から算数の問題を見いだして解決し、解決過程を振り返り統合的・発展的に考察する活動
 - ウ 問題解決の過程や結果を、目的に応じて図や式などを用いて数学的に表現し伝え合う活動

〔用語・記号〕

線対称 点対称 対称の軸 対称の中心 比の値 ドットプロット
 平均値 中央値 最頻値 階級 :

3 内容の取扱い

- (1) 内容の「A数と計算」の(1)については、逆数を用いて除法を乗法の計算としてみることや、整数や小数の乗法や除法を分数の場合の計算に

まとめることも取り扱うものとする。

- (2) 内容の「A数と計算」の(1)については、第3学年から第6学年までに示す小数や分数の計算の能力を定着させ、それらを用いる能力を伸ばすことに配慮するものとする。
- (3) 内容の「B図形」の(3)のAの(ア)については、円周率は3.14を用いるものとする。

第3 指導計画の作成と内容の取扱い

1 指導計画の作成に当たっては、次の事項に配慮するものとする。

- (1) 単元など内容や時間のまとまりを見通して、その中で育む資質・能力の育成に向けて、数学的活動を通して、児童の主体的・対話的で深い学びの実現を図るようにすること。その際、数学的な見方・考え方を働かせながら、日常の事象を数理的に捉え、算数の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決し、学習の過程を振り返り、概念を形成するなど学習の充実を図ること。
- (2) 第2の各学年の内容は、次の学年以降においても必要に応じて継続して指導すること。数量や図形についての基礎的な能力の習熟や維持を図るため、適宜練習の機会を設けて計画的に指導すること。なお、その際、第1章総則の第2の3の(2)のウの(イ)に掲げる指導を行う場合には、当該指導のねらいを明確にするとともに、単元など内容や時間のまとまりを見通して資質・能力が偏りなく育成されるよう計画的に指導すること。また、学年間の指導内容を円滑に接続させるため、適切な反復による学習指導を進めるようにすること。
- (3) 第2の各学年の内容の「A数と計算」、「B図形」、「C測定」、「C変化と関係」及び「Dデータの活用」の間の指導の関連を図ること。
- (4) 低学年においては、第1章総則の第2の4の(1)を踏まえ、他教科等との関連を積極的に図り、指導の効果を高めるようにするとともに、幼稚園教育要領等に示す幼児期の終わりまでに育ってほしい姿との関連を考慮すること。特に、小学校入学当初においては、生活科を中心とした合科的・関連的な指導や、弾力的な時間割の設定を行うなどの工夫をすること。
- (5) 障害のある児童などについては、学習活動を行う場合に生じる困難さに応じた指導内容や指導方法の工夫を計画的、組織的に行うこと。

- (6) 第1章総則の第1の2の(2)に示す道徳教育の目標に基づき、道徳科などとの関連を考慮しながら、第3章特別の教科道徳の第2に示す内容について、算数科の特質に応じて適切な指導をすること。
- 2 第2の内容の取扱いについては、次の事項に配慮するものとする。
- (1) 思考力、判断力、表現力等を育成するため、各学年の内容の指導に当たっては、具体物、図、言葉、数、式、表、グラフなどを用いて考えたり、説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったり、学び合ったり、高め合ったりするなどの学習活動を積極的に取り入れるようにすること。
- (2) 数量や図形についての感覚を豊かにしたり、表やグラフを用いて表現する力を高めたりするなどのため、必要な場面においてコンピュータなどを適切に活用すること。また、第1章総則の第3の1の(3)のイに掲げるプログラミングを体験しながら論理的思考力を身に付けるための活動を行う場合には、児童の負担に配慮しつつ、例えば第2の各学年の内容の〔第5学年〕の「B図形」の(1)における正多角形の作図を行う学習に関連して、正確な繰り返し作業を行う必要があり、更に一部を変えていろいろな正多角形を同様に考えることができる場面などで取り扱うこと。
- (3) 各領域の指導に当たっては、具体物を操作したり、日常の事象を観察したり、児童にとって身近な算数の問題を解決したりするなどの具体的な体験を伴う学習を通して、数量や図形について実感を伴った理解をしたり、算数を学ぶ意義を実感したりする機会を設けること。
- (4) 第2の各学年の内容に示す〔用語・記号〕は、当該学年で取り上げる内容の程度や範囲を明確にするために示したものであり、その指導に当たっては、各学年の内容と密接に関連させて取り上げるようにし、それらを用いて表したり考えたりすることのよさが分かるようにすること。
- (5) 数量や図形についての豊かな感覚を育てるとともに、およその大きさや形を捉え、それらに基づいて適切に判断したり、能率的な処理の仕方を考え出したりすることができるようにすること。
- (6) 筆算による計算の技能を確実に身に付けることを重視するとともに、目的に応じて計算の結果の見積りをして、計算の仕方や結果について適切に判断できるようにすること。また、低学年の「A数と計算」の指導に当たっては、そろばんや具体物などの教具を適宜用いて、数と計算に

ついでの意味の理解を深めるよう留意すること。

- 3 数学的活動の取組においては、次の事項に配慮するものとする。
 - (1) 数学的活動は、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身に付けたり、思考力、判断力、表現力等を高めたり、算数を学ぶことの楽しさや意義を実感したりするために、重要な役割を果たすものであることから、各学年の内容の「A数と計算」、「B図形」、「C測定」、「C変化と関係」及び「Dデータの活用」に示す事項については、数学的活動を通して指導するようにすること。
 - (2) 数学的活動を楽しめるようにする機会を設けること。
 - (3) 算数の問題を解決する方法を理解するとともに、自ら問題を見いだし、解決するための構想を立て、実践し、その結果を評価・改善する機会を設けること。
 - (4) 具体物、図、数、式、表、グラフ相互の関連を図る機会を設けること。
 - (5) 友達と考えを伝え合うことで学び合ったり、学習の過程と成果を振り返り、よりよく問題解決できたことを実感したりする機会を設けること。

幼稚園・小学校教諭のための数学概論

発行 平成29年4月3日

発行者 広島文教女子大学

著者 初等教育学科 今崎 浩

印刷所 レタープレス株式会社
〒739-1752
広島市安佐北区上深川町809-5
電話 (082)844-7500
