

算数科学習における数学史活用の今日的意義と 実践上の課題に関する考察

今 崎 浩*

A Study on the Contemporary Significance of the Mathematical History Utilization
and Problem on the Practice in Arithmetic Learning

Hiroshi IMAZAKI*

はじめに

筆者は2011年度から1年次において「数学概論」¹⁾を担当している。その間変わらず授業のねらいの一つに算数科を構成する学習内容の歴史的な背景や数学的な背景を理解することを位置付けている。

同授業は、筆者が担当している授業のなかでも、演習科目を除けば比較的授業評価が高く、2019年度第2回「かずとすうじ」では、コメントシートに「数字は長い歴史の中で生まれ、人類の知恵が詰まっていることが分かった」、「将来、教師になって数の歴史を教えると子どもは興味を持って算数に取り組んでくれると思いました」といったコメントが多く寄せられ、学生の算数・数学に対する興味・関心を高めるとともに、算数・数学の捉え方の転換を促していると感じている。

しかしながら、筆者は前職から現在に至るまで数多くの算数科の授業を参観してきたにもかかわらず、算数・数学の歴史を取り扱った授業を一度も参観したことがない。

こうしたことから、算数科の授業に数学史を

取り入れることはできないかと考えるに至った。

本稿では、平成29年に告示された小学校学習指導要領（以下、「新学習指導要領」と呼ぶ。）の趣旨を踏まえ、これから求められる算数科学習の実現に向けて、数学史を活用することの意義と、算数科学習における実践上の課題について考察していくこととする。

1 数学教育における数学史とは

数学史とは何かという捉え方には、様々な捉え方があると思われるが、ここでは数学教育における数学史、さらには算数科学習への活用を視野に入れて考えた場合、数学史をどのように捉えるかについて、筆者の立場を明らかにしておきたい。

塚原（2002）は、数学教育における数学史を「数学という文化社会における人間の思考活動の様相を捉えることを通して、数学の変遷のメカニズムを探ること」と捉えている。また、数学史を学習することによって、「数学史を研究するか、もしくは学ぶ者が時間と空間を軸としたいろいろな数学を通して現代の数学を見つめ直し、そこに新たな数学観を形成するとともに、学問としての数学を通して、人間・社会・文化を主体的に捉えるための哲学を持ち、未来を展望すること」と述べている。

* 本学教授

1) 2019年度からはカリキュラムの改訂に伴い「教科の学び（算数）」と授業科目名を変更した。

筆者はこうした塚原の捉え方に基づいて本稿を進めていきたいと考えている。なかでも、筆者が大切にしたいと考えるのは「人間の思考活動の様相を捉える」こと、「新たな数学観を形成する」ことである。

前者について、算数科学習において指導者が数学に関わる歴史的な知識を伝達していったとしても、それらはいずれ忘れ去られることは明白であろう。むしろ、人間がどのように問題を把握し、どのように問題解決をしていったか、その際に働いた思考はどのようなものであったかを学習することこそが、児童が予測困難な社会と言われる社会のなかで様々な問題に出会った際に生きて働く力になると考える。

後者については、児童、そして指導者にも数学は人間とは独立して存在するものであり、完成されたもの、絶対的なものという、いわゆる外在的数学観を持つ者が多いと筆者は認識している。こうした数学観に立った指導者による算数科学習は、指導者が一方的に数学的な知識や技能を伝達するような活動や、それらを習得するための練習を繰り返し行っていく活動が中心となり、児童はそれらを受動的な態度で学習していくのであろう。しかしながら、児童や指導者が数学はもともと人間が生活を営むなかで創造してきたものであり、人間の内から生み出されてきたものであるという、いわゆる内在的数学観を持つことができたならば、指導者は活動的・創造的な活動を中心として学習を行っていくのであろう。そして、児童も数学的な学習活動を通して、算数を創り出していこうとする能動的な態度で学習していくのであろうと考える。

筆者が塚原の捉え方を支持しているのは、こうした理由によるものである。

2 学習指導要領における数学史活用の位置付け

ここでは、小学校、中学校、高等学校の平成20・21年告示の現行の学習指導要領及びその解説と、平成29年度告示の新学習指導要領及びその解説における数学史、算数・数学の歴史の記述から、各校種の数学史活用の位置付けについて考察する。

2.1 小学校算数科における位置付け

現行及び新学習指導要領とその解説に数学史や算数・数学の歴史について記述した箇所は見られない。したがって、数学史は、必ず取り扱わなければならない内容ではなく、その取扱いについては、算数科の目標を達成するための手段として、授業者の裁量に任されていると言える。

小学校現場における活用として、主たる教材として使用される教科用図書の記述を見ると、円の学習の中でアルキメデスが発見した円周率、現在コンピュータを使って導き出された円周率を掲載するなど、児童の興味・関心を高める話題として取り扱われたり、第6学年の教科書用図書の巻末に数学者の発見したきまりについて考える内容が多く記述されていることから、トピック的な問題として取り扱われたりしていると推察できる。

2.2 中学校数学科における位置付け

現行の学習指導要領解説数学編には「三平方の定理の導入に当たっては、例えば、古代エジプトでの縄張り師の話や、古代ギリシャの数学者ピタゴラスによって定理としてまとめられたとされている話など、この定理にまつわる歴史的な背景や逸話の紹介等を通して、生徒の興

味・関心を引き出す工夫をすることも大切である」と記述されている。また、内容の取扱いとして「例えば、三平方の定理の証明方法、江戸時代の和算や算額の問題など、数学に関する歴史的な事柄について調べたり、統計にかかわる資料を集めたりして学習している内容の理解をより深めたりするためには、参考書や事典類ばかりでなく、情報通信ネットワークで検索することが有効である」と配慮事項として記述されている。新学習指導要領では、わずかな表現の違いは見られるが、ほぼ同様の趣旨の記述がなされている。

このことから、中学校数学科においては、生徒の数学への興味・関心を向上させたり、数学の人間的な側面を強調しようとしたりするための手段としての活用、生徒の学習を内容の理解を深めるための手段としての活用、すなわち「方法としての活用」として位置付けられていると言える。

2.3 高等学校数学科における位置付け

現行の学習指導要領では、「数学活用」の内容の1つとして「数学と人間の活動」が位置付けられており、その内容は次のように示されている。

(1) 数学と人間の活動

数学が人間の活動にかかわってつくりだされてきたことやその方法を理解するとともに、数学と文化とのかかわりについての認識を深める。

ア 数や図形と人間の活動

数量や図形に関する概念などと人間の活動や文化とのかかわりについて理解すること。

イ 遊びの中の数学

数理的なゲームやパズルなどを通して論理的に考えることのよさを認識し、数学と文化とのかかわりについて理解すること。

新学習指導要領では、「数学活用」は廃止され、「数学A」の内容の1つとして「数学と人間の活動」が位置付けられており、その内容は次のように示されている。

(3) 数学と人間の活動

数学と人間の活動について、数学的活動を通して、それらを数理的に考察することの有用性を認識するとともに、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識及び技能を身に付けること。

(ア) 数量や図形に関する概念などと人間の活動との関わりについて理解すること。

(イ) 数学史的な話題、数理的なゲームやパズルなどを通して、数学と文化との関わりについての理解を深めること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 数量や図形に関する概念などを、関心に基づいて発展させ考察すること。

(イ) パズルなどに数理的な要素を見だし、目的に応じて数学を活用して考察すること。

「数学活用」を廃止し「数学A」に移行した理由や、育成を目指す資質・能力について、文部科学省は『「数学I」の内容を補完するとともに、数学のよさを認識し、数理的に考える資質・能力を培う』ため、「人間が数や空間などをどのように捉えてきたかを歴史的な視点なども交えて考察させる」ためと述べている。

これらの記述から、高等学校では数学史が学習の対象となり、数学史自体の知識も身に付けさせることとなる。

したがって、中学校数学科の「方法としての活用」から、高等学校数学科では「方法としての活用」に加え「目標としての活用」も位置付けられ、数学史活用の位置付けが変化していると言える。

3 数学史活用の意義に関する先行研究

本稿では「はじめに」でも述べたように、数学史活用の今日的意義を考察することである。

3では、新学習指導要領が告示される以前の先行研究を取り上げ、これまで実践されてきた数学史活用の意義について、整理することとする。

上垣(1990)は、算数・数学授業に数学史を取り入れる意味として、授業者の立場、児童・生徒の立場の2つの立場から述べている。

授業者の立場からみた数学史活用の意味は「教師がある教材を教えようとする時、その教材についてのしっかりと理解とされますが、その理解の仕方の1つに歴史的な観点があるということです」と述べている。また、その理解の状況によって「教育プランの組み立て方、実際の教え方などはずいぶんと違ったものになるでしょう」と述べている。

一方、児童・生徒の立場からみた数学史活用に意味は「(子どもたちは例え数学的な意味はあまりない歴史的な事実について)素朴で率直な疑問を投げかける。たとえ、内容的なことでも、疑問に率直に答えてやることによって、子どもたちは《内容》までわかったような気になるものです。そのことが学習のはずみとなり、一層の学習意欲をも喚起することにつながっていくことでしょう」と述べている。

また、塚原(2002)は数学教育における数学史の活用の役割の重要なものとして、次の5つを挙げている。

- (1) 教師教養として、教師が指導内容についての深い理解と洞察、及び指導法と評価についての示唆を得る。
- (2) 学習者が人類の知的文化遺産を学び、一つの文化としての数学のよさを感得する。

- (3) 学習者が数学学習において理解を深める。
- (4) 授業に数学史を導入することによって、学習者が数学を評価できる。
- (5) 数学史は数学をヒューマナイズする。

これらの主張を踏まえ、筆者は数学史活用の意義として、次のことが挙げられると考える。

まずは、指導者が教材に対する理解を深めるとともに、指導方法の改善や発展的な教材の開発する際の示唆を得ることができることである。また、望ましい数学観を持ち、学習者主体の授業を計画・実施することができるようになることである。

次に、学習者が数学は人間の営みのなかで創り出された文化遺産であることや、それが創り出される際の先人の発想や知恵を学び、数学のよさに気付き、算数への興味・関心や学習意欲を高めることができることである。

4 数学史活用の今日的意義

中央教育審議会(2016)は「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について(答申)」(以下、「中教審答申」と呼ぶ。)の中で、「小・中学校では、全国学力・学習状況調査において、主として『活用』に関する問題(いわゆるB問題)が出題され、関係者の意識改革や授業改善に大きな影響を与えたことなどもあり、多くの関係者による実践が重ねられてきている。『アクティブ・ラーニング』を重視する流れは、こうした優れた実践を踏まえた成果である」と小学校の授業について、肯定的な評価をしている。

また、文部科学省(2017)も小学校学習指導要領解説算数編の中で「児童生徒に求められる資質・能力を育成することを目指した授業改善の取組は、既に小・中学校を中心に多くの実践

が積み重ねられており、特に義務教育段階はこれまで地道に取り組み蓄積されてきた実践を否定し、全く異なる指導方法を導入しなければならないと捉える必要はない」とこれまで実践されてきた算数科学習について、肯定的な評価をしている。

一方で、中央教育審議会（2016）は「数学的リテラシーの平均得点は国際的に見ると高く、引き続き上位グループに位置しているなどの成果が見られるが、学力の上位層の割合はトップレベルの国・地域よりも低い結果となっている」、「いまだ諸外国と比べると低い状況にあるなど学習意欲面で課題がある。さらに、小学校と中学校の間で算数・数学の勉強に対する意識に差があり、小学校から中学校に移行すると、数学の学習に対し肯定的な回答をする生徒の割合が低下する傾向にある」といった課題を挙げている。

こうした成果と課題を踏まえ、新学習指導要領においては、算数科の目標、内容構成等の改善が図られた。

このことを踏まえ、ここでは、数学史活用の今日的意義について述べていく。

4.1 算数科を学ぶ意義の感得

PISA2012調査によると、数学的リテラシーに影響を与える背景要因を（1）数学における興味・関心や楽しみ、（2）数学における道具的動機付け、（3）数学における自己効力感、（4）数学における自己概念、（5）数学に対する不安の5つの観点から生徒質問紙で尋ね、日本は5つの観定のいずれもがOECDの平均を下回っている。この結果から、日本は、国際的に見ると学ぶ楽しさや学ぶ意義を感じている生徒が少ないことが分かる。

では、なぜ算数を学ぶのか。大変難しい問い

ではあるが、このことこそが学びの原動力となるものであり、後で述べる主体的・対話的で深い学びを実現していくための鍵を握っていると考える。

なぜ算数を学ぶのかという問いに対する答えの1つとして、算数科においても、次の3つの教育の目的から考えることができる。

- （1）実用的目的
- （2）陶冶的目的
- （3）文化的目的

これら3つの目的のうち、数学史活用と最も繋がりが強いと思われるのが文化的目的である。

算数科において文化的目的の達成していくために、狭間（2008）は「文化的遺産としての数学の知識・方法を単に継承するのではなく、数学的な発見や創造を、喜びや困難さを含めて、学習活動で体験することによって、数学は人間が創り出し、文化のなかで栄えたものとしての価値を認識すること」と述べている。しかしながら、「人間の営みとしての数学がどのように生まれ、文化をつくり、その発展に貢献してきたのか、数学教育において、文化的遺産を継承し、発展させるとはどういうことなのか、こういった文化的価値にこれまであまり注意を向けられなかったことは事実であろう」とこれまでの数学教育の課題を挙げている。

児童が算数科学習において、数学的な発見や創造とその喜びや困難さを学び、算数・数学は人間が創り出し、文化のなかで栄えたものとしての価値を認識することによって、算数科を学ぶ意義を実感することができるであろう。そのためには、指導者が児童に人間が算数・数学が創り出してきた過程を歩ませ、算数・数学科の素晴らしさや楽しさを実感させるような活動を設定していく必要がある。数学史活用は、その際に適切な教材を提供するとともに、指導方法

への示唆を与えてくれるものと考える。

4.2 数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動の充実

中央教育審議会（2016）は中教審答申の中で、人工知能の急速な進化、情報技術の飛躍的な進化等に伴うグローバル化の進展によって、社会の変化は加速度を増し、複雑で予測困難な社会が到来することを示唆している。こうしたなかで、これからの社会を生きる子供に必要とされるのは、直面する様々な変化を柔軟に受け止め、感性を豊かに働かせながら、どのような未来を創っていくのか、どのように社会や人生をよりよいものにしていくのかを考え、主体的に学び続けて自ら能力を引き出し、自分なりに試行錯誤したり、多様な他者と協働したりして、新たな価値を生み出していくことができる力、こうした力は新たな価値を生み出すための創造力と言い換えてもよいであろう。このことについて、中原（2000）も、これからの算数・数学教育の目的の一つとして「創造性の基礎を培う」と述べている。

こうした目的に迫るために、新学習指導要領は「数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動」を重視していくことが重要であると述べている。

数学的活動について、小学校学習指導要領解説算数編（2017）は「事象を数理的に捉えて、数学の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行すること」と解説している。こうした日常の事象や算数の学習場面から問題を見だし、それを解決していく一連の過程に児童が取り組んでいくことは、人間が長い歴史のなかで、直面した問題を解決し、発展させて現在の数学を創造してきた過程、例えば、古代エジプトにおいてナイル川の氾濫が起こる

たびに流される土地を新たに区画整理し、公平に分配していくためにどうしたらよいか考えることによって、今日の測量術の基礎にあたる方法を生みだしてきた過程と重なるものである。つまり、数学的活動は、人間が数学を創造してきた過程を学び、創造力の育成に資するものであると言える。

その過程のなかで働かせるようにしたいのが数学的な見方・考え方である。数学的な見方・考え方について、小学校学習指導要領解説算数編（2017）は、数学的な見方を「事象を数量や図形及びそれらの関係などについて概念等に着眼してその特徴や本質を捉えること」、数学的な考え方を「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、根拠を基に筋道を立てて考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能等を関連付けながら、統合的・発展的に考えること」と解説している。

また、加藤（2018）は、数学的な見方を「問題を解くときの着眼点」、数学的な考え方を「論理をまとめたり、高めたりするための視点」と述べている。

先述の古代エジプトの例に述べると、当時の人々は四角形の土地の面積を求める際に「平行四辺形や台形の土地を（既に知っている）三角形に置き換えることはできないだろうか」、「（既に知っている）三角形のように、平行四辺形や台形の求め方もいつも使えるように表すことはできないだろうか」のように考えたのではないかと想像できる。仮に当時の人々がこのように考えたとするならば、前者が数学的な見方、後者が数学的な考え方と言えるであろう。つまり、土地の面積を測量する方法を生み出す過程は、新学習指導要領の言う数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動と考えられる。

この数学的な見方・考え方は、小学校学習指

導要領解説算数編（2017）では「数学的に考える資質・能力を支え、方向付けるものであり、算数の学習が創造的に行われるために欠かせないものである」と述べており、算数科学習を改善・充実させていく上で極めて重要な役割を果たすことになると言える。

したがって、算数科学習において数学史を活用することによって、新学習指導要領で重視されている数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を具体化し、児童の数学的な見方・考え方を成長させていくことができると考える。

4.3 主体的・対話的で深い学びの実現

新学習指導要領では、児童生徒に目指す資質・能力を育むために「主体的な学び」、「対話的な学び」、「深い学び」の視点で、授業改善を進めることを重視している。このうち「主体的な学び」は児童に興味・関心を持たせるという点で、「深い学び」は理解を深めるという点で数学史活用と関連があると言える。「対話的な学び」については、小学校学習指導要領解説総則編（2017）において「子供同士の協働、教職員や地域の人との対話、先哲の考え方を手掛かりに考えること等を通じ、自己の考えを広げ深める『対話的な学び』が実現できているかという視点」と解説されている。

算数科における「対話的な学び」とは、小学校学習指導要領解説算数編（2017）において「数学的な表現を柔軟に用いて表現し、それを用いて筋道を立てて説明し合うことで新しい考えを理解したり、それぞれの考えのよさや事柄の本質について話し合うことでよりよい考えに高めたり、事柄の本質を明らかにしたりするなど、自らの考えや集団の考えを広げ深める」学びと述べており、このことが算数科における「対話的な学び」の中心になっていくと考えられるが、

歴史とは過去との対話と言われるように、数学史活用は、先哲の考え方、例えば、今日児童が学んでいる算数科の内容を創り出してきた過去の人々の考え方に触れることであり、児童と過去の人々との対話と言えるのではないだろうか。したがって、数学史活用は算数科学習における「対話的な学び」をより豊かなものにしていく1つの手段になり得ると考える。

5 数学史活用の実践上の課題

これまでに多くの研究者が数学史活用の意義について述べてきているが、4でも述べたとおり、新学習指導要領改訂の趣旨を踏まえ、算数科学習の改善・充実を図っていく上で数学史活用が大きな役割を果たすことが期待できる。

一方で、日本数学教育学会の学会誌や論文発表等の状況から見て、これまで算数科学習において数学史が十分に活用されてきたとは言い難い。

では、算数科学習において数学史を活用していくに当たって、どのような課題が考えられるのか考察していく。

5.1 教材研究の困難さ

1において、筆者は塚原（2002）の「数学という文化社会における人間の思考活動の様相を捉えることを通して、数学の変遷のメカニズムを探ること」という数学教育における数学史の捉え方を支持したが、人間の思考活動の様相を捉えるためには、それを裏付ける歴史的な資料が必要となってくる。特に、数学的な見方・考え方を育成する視点から考えると、どのような見方・考え方によって、その数学的な内容が創り出されたかを把握するための、より詳細に記録された資料が必要となってくる。

しかしながら、算数科の学習内容に限ってい

うと、それが創り出されたことを裏付ける歴史的な資料は断片的にしか残されておらず、1つの数学的な知識の歴史にも諸説存在する状況である。

また、数学教育における数学史の活用にあたっては、数学的な知識や技能を獲得していく過程で働く数学的な見方・考え方を成長させていくことが重要であるということは先述のとおりである。そのためには、当時の人々の思考活動の様相を捉える資料が必要となるが、それらは皆無に等しい。仮に、そうした資料が見つかったとしても、それらを研究していくことは数学史家が担うべき活動と言え、指導者が行う活動とは言い難い。

数学史、つまり数学の「歴史」に目を向けた教材研究、「歴史」に忠実な教材研究を行うことは、数学史活用の大きな課題と言える。

5.2 教材開発及び指導計画作成の困難さ

塚原（2002）は数学の授業における数学史活用の教授原則を5つにまとめ、数学Ⅱ「微分と積分」において、全32時間の指導計画を作成し、実践・評価を行っている。この実践では、生徒の興味・関心が高まり、数学的な見方・考え方のよさを感得したり、数学では知識や問題の解法を覚えるよりも、考え方を学ぶ方が大切であるという認識が深まったりする等の成果を挙げている。

ただし、塚原（2002）の挙げる5つの教授原則に則って算数科学習において数学史を活用した学習を実践していくためには幾つかの課題が考えられる。塚原（2002）が挙げる原則「学習者の既習事項や思考過程を考慮し、指導の目的と指導計画を明確にした上で、歴史的素材を教材化すること」は、その1つであろう。算数科学習において、数学史活用を実践していくため

には、学習者の既習事項や思考過程について考慮すべき点が数多く存在することである。

例えば、教科書用図書「わくわく算数5」（啓林館、2015）の第5学年「円と正多角形」では「円周率は、どこまでも続いて終わりのない数です」という記述が見られる。無限という概念を理解することが困難である小学生の段階でどの程度理解できているかは疑わしい。また、「アルキメデスは $3\frac{10}{71}$ より大きく、 $3\frac{1}{7}$ より小さいことを発見しました」という記述では、まず既習事項である2つの数の大きさを小数に置き換えたり、数直線上に正しく表したりすることが身に付けているかどうかという点を考慮しなくてはならないであろう。次に、この数学的な発見を児童が正しく評価することができるかどうかについても疑問が残るところである。「現在では、円周率は、コンピュータを使って10兆けたよりも多く計算されている」という記述についても同様のことが言えるであろう。

その他の原則「単元全体を通した教材開発を行うこと」（塚原、2002）も算数科学習において、数学史活用を実践していくためには困難さを伴うと考える。

小学生での学びについて、朝倉（2013）は大きな学びのストーリーの中で不可分に結びついており、その結びつきは時に他教科であったり、授業以外の学校生活であったり、子供の日常生活であったり、実社会における事象であったりと述べている。算数科学習においても、算数科だけでなく、他教科等や総合的な学習の時間、子供の生活と結びつけていくことによって、数学的な知識や技能を身に付けさせていく必要がある。したがって、塚原（2002）の実践をはじめとする高等学校数学で実践されている数学史のみで単元全体を構成していくことは、算数科学習に限れば、育成がすることが求められる

数学的な知識や技能、数学的な見方・考え方を身に付けさせることが困難になることが予想される。

以上のようなことが、算数科学習において数学史活用を実践することを困難にしている課題であると考えられる。

おわりに—実践化に向けて—

算数科学習における数学史活用は、これから求められる算数科学習を具体化していく上で大きな役割を果たすことが期待される。一方で、学校現場において実践していく際の困難さも有していると言える。

このような状況の中で、いかに実践化していくについて、筆者が大切にしたいと考えることを述べる。

まず、算数・数学が生活の中で人間によって創造された産物であることに気付かせ、数学的な知識や技能が変化していることを大きく捉えさせる学習を位置付けることである。そのために、数学史の内容や教材も児童の発達段階、既習事項に応じた柔軟なものとし、単元の中に適切に位置付けていくようにする。

次に、算数・数学を創造してきた先人がどのように考え、創造してきたのかを想像させる活動を取り入れることである。そのために、指導者は児童の疑問や考えを生かしながら数学的な知識や技能を見いだしていくような学習を体験させる、そうした学習体験と数学の歴史を重ねながら、先人の考えを想像させるような活動を取り入れていくようにする。

これらの前提となることとして、指導者自身が教材研究の際に、算数・数学が形成されてきた過程（数学史）に眼を向け、教材を多様に捉えることが必要であると考えられる。

(注) 本論文において、筆者は「子供」という表記を用いているが、引用した箇所は各氏の表記をそのまま用いている。これは表現の不統一や校正上の誤りでないことを特に明記しておく。

【引用・参考文献】

- ・朝倉 淳 (2013), 「初等教育教員に求められる専門性に関する一考察」, 初等カリキュラム研究 1号, p. 7.
- ・上垣 渉 (1990), 『算数・数学授業を楽しくする数学史の話』, 明治図書, pp. 5-6.
- ・啓林館 (2015), 「わくわく算数 6」, p. 195.
- ・国立教育政策研究所 (2013), 『生きるための知識と技能 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2012年調査国際結果報告書』, 明石書店.
- ・中央教育審議会 (2016), 「幼稚園, 小学校, 中学校, 高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)」, p. 48, p. 140.
- ・塚原久美子 (2002), 『数学史をどう教えるか』, 東洋書店, pp. 18-19, pp. 54-55, pp. 94-95.
- ・中原忠男 (2000), 「算数・数学教育の目的・目標」, 日本数学教育学会誌第82巻, 第7・8号, p. 51.
- ・狭間節子 (2008), 「文化的目的」, 算数・数学科重要用語300の基礎知識, 明治図書, p. 104.
- ・溝口達也 (2010), 「算数・数学教育における数学史の活用」, 新しい算数研究 No. 472, 5月号, pp. 30-31.
- ・文部科学省 (2008), 「小学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2008), 「小学校学習指導要領解説算数編」, pp. 22-23, p. 24.
- ・文部科学省 (2017), 「小学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2017), 「小学校学習指導要領解説算数編」, p. 4, p. 23.
- ・文部科学省 (2008), 「中学校学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2008), 「中学校学習指導要領解説数学編」, p. 148, p. 167.
- ・文部科学省 (2017), 「中学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2017), 「中学校学習指導要領解説数学編」, p. 150, p. 169.
- ・文部科学省 (2009), 「高等学校学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2009), 「高等学校学習指導要領解説数学編」, p. 62.
- ・文部科学省 (2018), 「高等学校学習指導要領」.
- ・文部科学省 (2018), 「高等学校学習指導要領解説数学編 理数編」, pp. 59-60.